TOME 16. N° 4. AVRIL 1955.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

ÉVOLUTION DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DES PROTONS $O^{16}(d, p)O^{17*}$ AU VOISINAGE D'UNE RÉSONANCE DE CAPTURE DU DEUTÉRON

Par A. BERTHELOT, R. COHEN, E. COTTON, H. FARAGGI, T. GRJEBINE, A. LEVEQUE, V. NAGGIAR, M. ROCLAWSKI-CONJEAUD et D. SZTEINSZNAIDER,

Service de Physique nucléaire du Commissariat à l'Énergie atomique.
Centre d'Études nucléaires, Gif-sur-Yvette (Seine-et-Oise).

Sommaire. — L'étude des distributions angulaires des protons émis au cours de la réaction $^{16}O(d, p)^{17}O^*$ (niveau à 875 keV) a été effectuée, par une méthode photographique, pour sept énergies différentes de deutérons comprises entre 1,66 et 2,20 MeV (obtenues grâce à l'accélérateur électrostatique de Saclay). L'analyse des résultats montre que la distribution angulaire vers l'avant est, pour toutes ces énergies, en bon accord avec la théorie du « stripping » ($l = 0$), même au maximum de la résonance de capture du deutéron située vers 2,1 MeV. De plus, la section efficace différentielle à 7° passe par un maximum pour cette énergie de résonance.

Introduction. — Le présent travail avait pour but d'étudier la compétition entre les processus de rupture en vol du deutéron (stripping) et de formation du noyau composé pour les réactions (*d*, *p*) [1]. Cette compétition devait être particulièrement marquée au voisinage des résonances de capture observées dans l'étude des courbes d'excitation des réactions (*d*, *p*).

Le principe de l'expérience est alors le suivant :

1° repérer dans une réaction (*d*, *p*) une résonance bien définie;

2° étudier la variation de la distribution angulaire des protons pour des deutérons d'énergie variable au voisinage de la résonance et sur celle-ci.

On pourrait alors s'attendre à observer des distributions angulaires vers l'avant, caractéristiques de la rupture en vol, en dehors des résonances tandis que, pour des deutérons ayant l'énergie de la résonance, les formes des distributions seraient modifiées par la formation prédominante du noyau composé.

Pour déterminer l'élément à étudier, nous avons été guidés par les considérations suivantes :

1° choisir un élément pour lequel la courbe d'excitation ait déjà été établie et pour lequel des résonances aient été signalées;

2° choisir une résonance accessible dans le domaine d'énergie permis par notre accélérateur [1];

3° choisir une résonance suffisamment isolée pour que la résolution expérimentale de notre machine permette de la repérer avec précision;

4° choisir une résonance ne mettant en jeu qu'un niveau bien défini du noyau composé. Un examen bibliographique [2] nous a conduit à fixer notre choix sur l'oxygène.

L'oxygène 16, sous l'action des deutérons d'énergie inférieure à 3 MeV, donne les réactions suivantes :

$$^{16}O + d \begin{cases} ^{17}O + p + Q_1, & Q_1 = 1{,}922 \text{ MeV}, \quad (1) \\ ^{17}O^* + p + Q_2, & Q_2 = 1{,}047 \quad » \quad (2) \\ ^{17}F + n + Q_3, & Q_3 = -1{,}631 \quad » \quad (3) \\ ^{14}N + \alpha + Q_4, & Q_4 = 3{,}116 \quad » \quad (4) \end{cases}$$

Dans la première partie, nous décrirons les expériences que nous avons faites pour réétablir, avec notre étalonnage, la courbe d'excitation de (1) et (2) pour des énergies de deutérons comprises entre 1 et 2,5 MeV.

Dans la deuxième partie, nous décrirons les expériences relatives à l'étude des distributions angulaires.

PREMIÈRE PARTIE.

Des courbes d'excitation publiées [3] pour les réactions ^{16}O (*d*, *p*) ^{17}O et ^{16}O (*d*, *p*) $^{17}O^*$ (niveau

(1) Ce travail nous avait été suggéré par MM. Horowitz et Messiah.

à 875 keV) mettent en évidence des résonances pour des énergies de deutérons voisines de 1,7, 2,2 et 3 MeV correspondant à des niveaux de ^{18}F dont les énergies d'excitation seraient de 9, 9,5 et 10,2 MeV.

Ces courbes d'excitation [3] ont été tracées à partir de points expérimentaux assez éloignés les uns des autres; il nous a donc paru indispensable de reprendre l'étude de la courbe d'excitation des réactions ^{16}O (*d*, *p*) ^{17}O et ^{16}O (*d*, *p*) $^{17}O^*$ entre 1,5 et 2,5 MeV afin d'obtenir une précision meilleure. Au cours de ces mesures, nous avons constaté la présence de carbone sur notre cible d'oxygène; bien que la contamination de carbone soit faible, on a pu ainsi tracer la courbe d'excitation de la réaction ^{12}C (*d*, *p*) ^{13}C, étant donnée la forte section efficace de cette dernière.

Nous avons fait varier l'énergie des deutérons entre 1 et 2,6 MeV; l'énergie des particules du faisceau, dévié de 25° par un petit électroaimant, était déterminée à partir de la mesure du champ dans l'entrefer de ce dernier, effectuée par résonance magnétique nucléaire. L'étalonnage [4] avait permis de fixer la relation entre l'énergie des particules et la valeur de la fréquence proportionnelle au champ.

Les deutérons étaient envoyés sur une cible

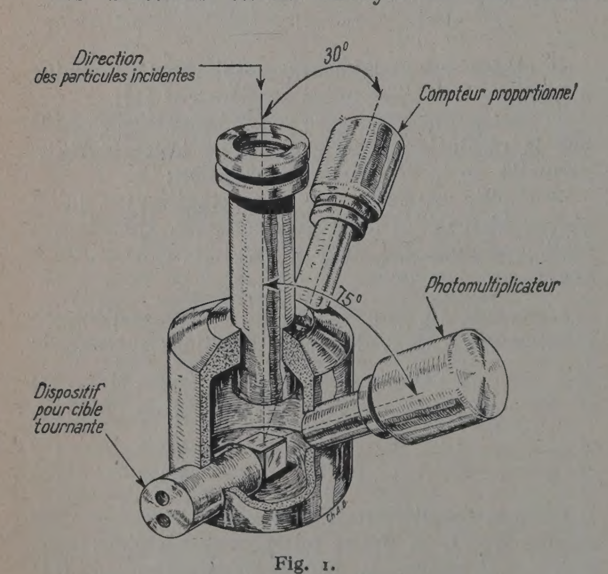


Fig. 1.

mince (environ 140 μg/cm²) d'oxyde de baryum déposée sur tantale (²), les particules secondaires étaient observées à 150 et 105° respectivement à l'aide d'un compteur proportionnel et d'un compteur à scintillations, les deutérons diffusés et les α de

(²) Préparée au Service de Physique nucléaire, par le Groupe des techniques nucléaires.

la réaction (*d*, α) étaient arrêtés par les fenêtres d'entrée des détecteurs; l'ensemble du dispositif est représenté schématiquement sur la figure 1. Le nombre de deutérons était déterminé à l'aide

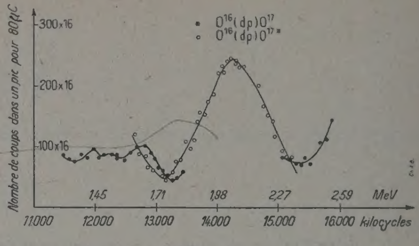


Fig. 2.

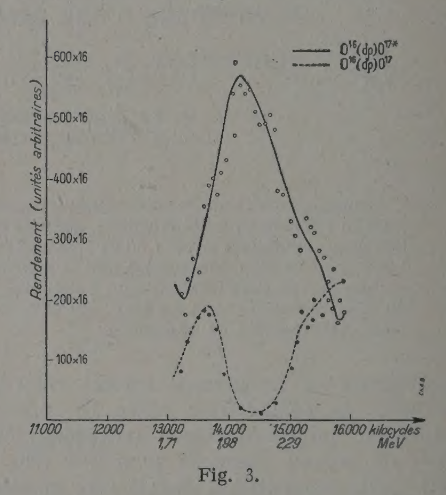


Fig. 3.

d'un intégrateur de courant [5]; par ailleurs, pour certaines énergies de deutérons, nos dispositifs expérimentaux ne nous permettaient pas de séparer les groupes de protons correspondant à des réactions différentes, ce qui explique que les courbes des figures 2 et 3 ne soient pas tracées dans toute la zone d'énergie. Nous estimons à ± 10 pour 100 l'erreur maximum possible sur les ordonnées de ces courbes; cette erreur vient, d'une part, de la séparation imparfaite des groupes de protons par nos dispositifs de détection, d'autre part, des incertitudes sur la mesure des charges collectées.

Les figures 4 et 5 permettent de comparer nos résultats à ceux de la littérature. L'énergie correspondant au maximum de la résonance diffère d'au moins 100 keV de celui que l'on peut déduire des travaux de Heydenburg et Inglis. Toutefois, ces derniers auteurs ne donnent aucune indication précise sur l'épaisseur des cibles qu'ils ont utilisées. Cette résonance n'est connue que d'après ce travail; toutefois, une courbe de diffusion (α, α) donnée par Devons [6] est tout à fait compatible avec l'existence d'une résonance à une énergie voisine de 2,1 MeV.

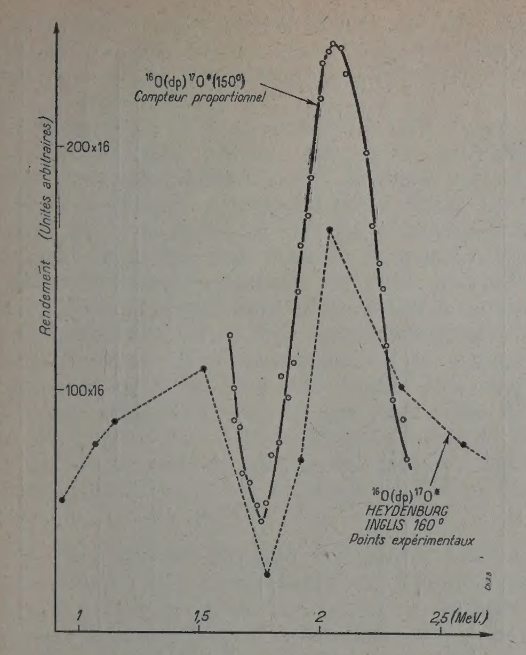


Fig. 4.

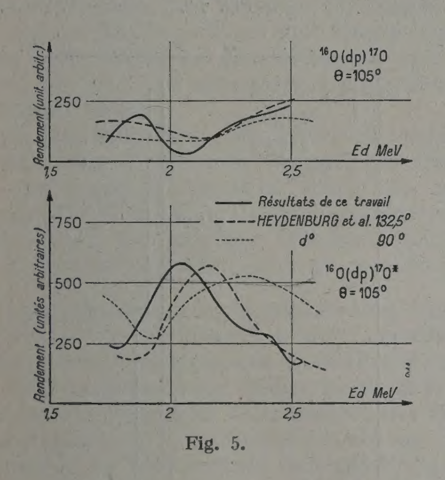


Fig. 5.

DEUXIÈME PARTIE.

A partir des résultats ci-dessus, nous nous sommes proposés d'étudier les distributions angulaires des protons de la réaction

$$^{16}O + d \rightarrow {}^{17}O^* + p + 1{,}06 \text{ MeV}$$

pour un certain nombre d'énergies au voisinage de la résonance repérée à 2,1 MeV.

Les énergies de deutérons choisies sont données dans le tableau I. Les expériences ont été faites dans l'ordre alphabétique des séries : on peut constater que la région de la résonance a été explorée en croisant les valeurs des énergies, de manière à éviter l'erreur systématique qui aurait pu provenir d'une évolution des cibles au cours du temps.

TABLEAU I.

Série	D	E.	F.	G.	I.	J.	K.
Énergie (MeV)	1,78	1,66	1,94	2,2	2,1	1,82	2,06

A. **Dispositif expérimental.** — Les distributions angulaires ont été obtenues à l'aide d'une chambre expérimentale pouvant comporter 80 émulsions nucléaires disposées radialement autour de la cible. La première chambre de ce type est due à Wilkins [7]. Celle que nous avons utilisée a été construite au C. E. A. par le Service des Accélérateurs. Elle présente les caractéristiques suivantes (*fig.* 6).

Le faisceau, canalisé par deux fentes, vient frapper sous une incidence de 45° une cible mince de formvar métallisée à l'or (3) (130 μg formvar, 40 μg or). Le faisceau sortant de la cible est collecté dans un cylindre de Faraday relié à un intégrateur de charges. On mesure ainsi le courant total de deutérons tombant sur la cible.

Les protons issus des différentes réactions (*d*, *p*) provoquées dans la cible, ainsi que les deutérons diffusés sont émis dans toutes les directions. 1 cm² d'émulsion centré à 23 cm de la cible reçoit, sous un angle d'incidence de 6°, les particules émises dans un angle solide de $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ stéradian à partir de l'impact du faisceau sur la cible. Les émulsions sont disposées de 5 en 5° sur un rayon moyen de 23 cm. Cet écart est réduit à 2° 5 pour les émulsions situées vers l'avant (entre 0 et 30° par rapport au faisceau incident).

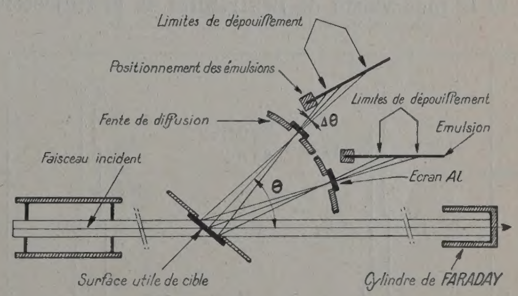


Fig. 6.

Un écran de 3/100e de millimètre d'aluminium empêche les particules diffusées élastiquement d'atteindre les émulsions. Cet écran est interrompu dans un des quadrants situés vers l'arrière. Les émulsions placées dans ce quadrant enregistrent alors les deutérons diffusés. Les émulsions placées derrière l'écran permettent la mesure de l'intensité

(3) Cible préparée par le Groupe des techniques nucléaires, sous la direction de M. Prugne.

relative des groupes de protons émis sous différents angles, et par suite l'établissement expérimental de la distribution angulaire.

Une couronne de fentes placées devant l'écran empêche les particules diffusées par les parois de la chambre d'atteindre les émulsions.

B. **Dépouillement des résultats.** — 1. Chaque émulsion placée derrière l'écran enregistre dans les conditions de l'expérience, essentiellement les protons dus aux trois réactions

$$^{16}O + d \to {}^{17}O^* + p + 1{,}06 \text{ MeV}, \qquad (1)$$

$$^{16}O + d \to {}^{17}O + p + 1{,}93 \text{ »} \qquad (2)$$

$$^{12}C + d \to {}^{13}C + p + 2{,}7 \text{ »} \qquad (3)$$

produites par les deutérons sur la cible de formvar.

Les trajectoires des particules dans l'émulsion sont parallèles entre elles et font un angle de 6° avec la surface de l'émulsion. La mesure des longueurs de ces trajectoires a été rendue plus rapide à l'aide d'un montage semi-automatique.

2. Le microscope d'observation était monté de manière à projeter l'image sur un écran de verre dépoli. On avait disposé sur cet écran, perpendiculairement à la direction des trajectoires, une grille de 100 fils conducteurs distants de 1,5 mm. Chacun de ces fils était relié à un numérateur et le circuit était fermé à l'aide d'un contact mobile disposé à l'intérieur d'un crayon isolant tenu par l'observateur.

On amène alors l'origine de la trace en coïncidence avec le premier fil de la grille formée par les 100 fils et l'on pointe, à l'aide du contact mobile, le fil le plus voisin de l'extrémité de la trajectoire.

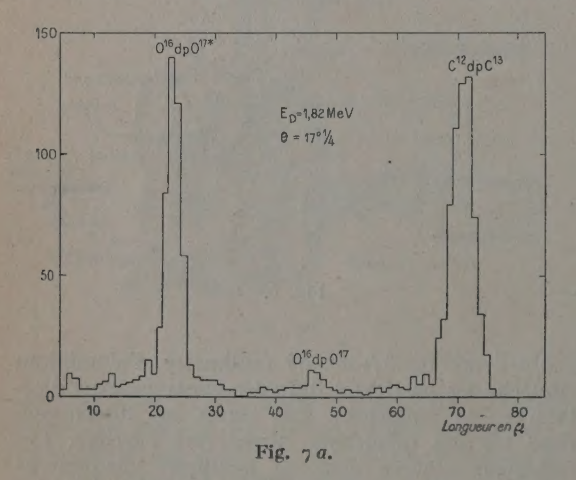


Fig. 7 *a*.

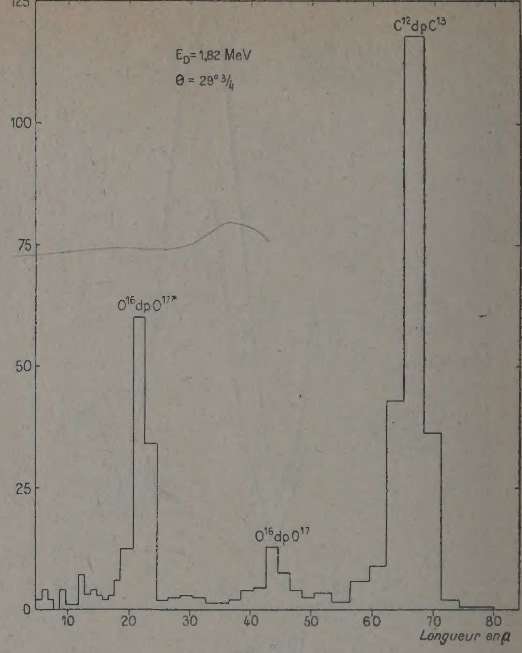


Fig. 7 *b*.

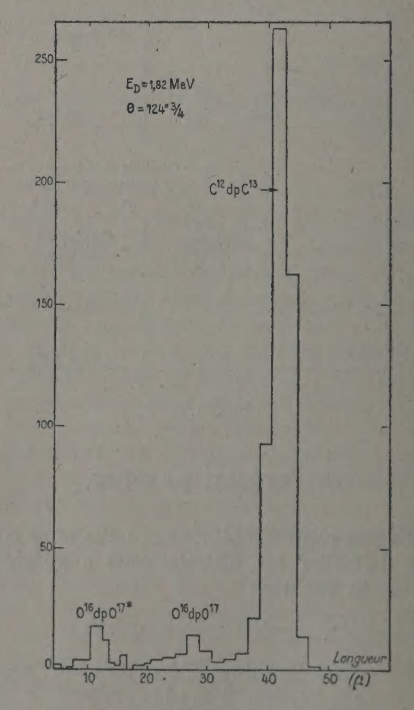


Fig. 7 *c*.

Le numérateur correspondant enregistre alors une unité. Chaque numérateur de rang n enregistre donc le nombre de trajectoires dont la longueur sur l'écran est comprise entre $n \times 1{,}5$ mm et $(n+1) \times 1{,}5$ mm. Il suffit alors de relever les comptages de chaque numérateur pour avoir le spectre de répartition en parcours des trajectoires.

La mesure du grandissement du système donne ensuite les parcours en microns et les relations parcours-énergie permettent d'en déduire les énergies correspondantes.

Les figures 7 (*a*, *b*, *c*) donnent, à titre d'exemple, les spectres ainsi obtenus pour $E_d = 1,8$ MeV et pour des angles différents. On distingue nettement les trois groupes correspondant à ^{12}C(*d*, *p*) ^{13}C, ^{16}O (*d*, *p*) ^{17}O et ^{16}O (*d*, *p*) ^{17}O*. Entre chaque groupe subsiste un certain fond continu. De plus, on observait dans chaque émulsion un petit nombre de traces nettement plus longues que celles des groupes principaux. Ces trajectoires sont évidemment dues à des réactions (*d*, *p*) intervenant sur des impuretés contenues dans la cible. Les traces plus courtes peuvent être aussi dues à des impuretés. Elles peuvent aussi être dues aux fluctuations de parcours des protons de chacun des groupes, fluctuations augmentées par la traversée de l'écran d'aluminium.

3. Pour chaque émulsion un spectre total était ainsi tracé après l'exploration de 8 mm² d'émulsion. On repérait ensuite les limites en parcours du groupe correspondant à la réaction ^{16}O (*d*, *p*) ^{17}O* et l'on poursuivait l'exploration de la plaque en dénombrant (sans les mesurer exactement), les seuls protons dont le parcours était compris entre les limites ainsi fixées. Ce dénombrement était alors effectué sur un autre microscope à projection, sans dispositif de mesure.

Cette méthode nous a permis de dépouiller 140 émulsions à raison de 80 mm² par émulsion dans un temps relativement court. Un certain arbitraire est lié au choix des limites du groupe sur lequel portait le comptage ultérieur. Nous estimerons l'erreur correspondante un peu plus loin.

4. L'établissement de la distribution angulaire des protons, pour chaque énergie, nécessite le comptage de tous les protons de la réaction ^{16}O(*d*,*p*)^{17}O émis dans un même angle solide à partir de la cible, et de ceux-là seulement. L'élimination des protons n'appartenant pas à la réaction est obtenue par la soustraction du fond continu (*voir* plus loin). Pour compter tous les protons émis dans le même angle solide pour chaque angle, il faut déterminer sur chaque émulsion des surfaces égales situées à la même distance de la cible. Ce résultat est obtenu d'une part, par la construction mécanique de la chambre expérimentale, et d'autre part, par le tracé sur chaque émulsion de deux lignes de repère distantes de 2 cm et situées à une distance constante du bord de la plaque. Dans la surface ainsi délimitée, on comptait les protons contenus dans 40 bandes de 2 cm de long et de 100 μ de hauteur. La surface explorée sur chaque émulsion était alors de 80 mm².

5. On obtenait ainsi, pour chaque énergie, le nombre de protons émis par la cible dans un même angle solide suivant différents angles. Pour chaque irradiation, nous disposions d'émulsions placées

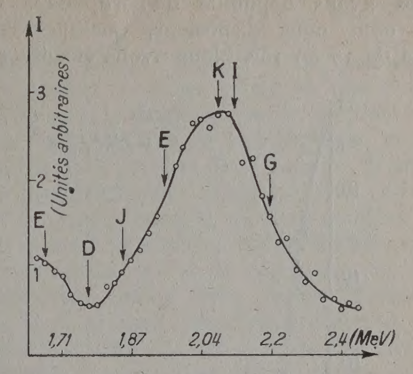


Fig. 8.

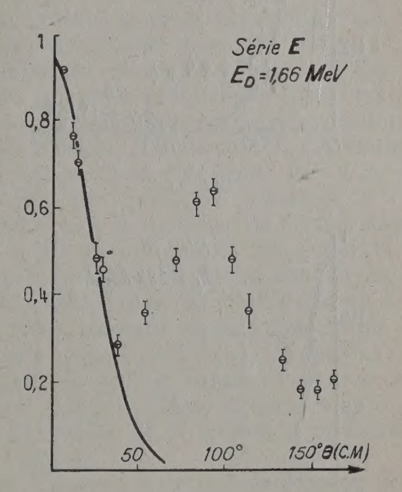


Fig. 9.

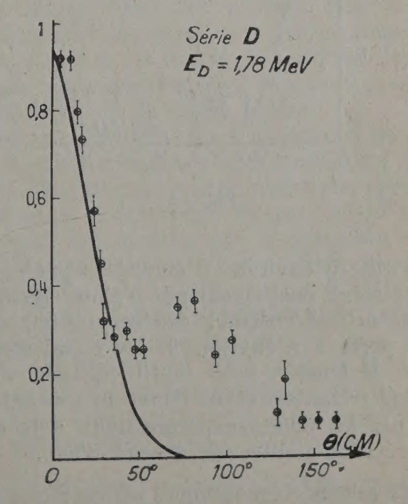


Fig. 10.

tous les 2°5 entre 7 et 30° et tous les 5° entre 30 et 160°.

Nous avons dépouillé d'abord, dans les sept séries dont nous disposions, quelques émulsions situées de 15 en 15°. Nous avons ensuite complété

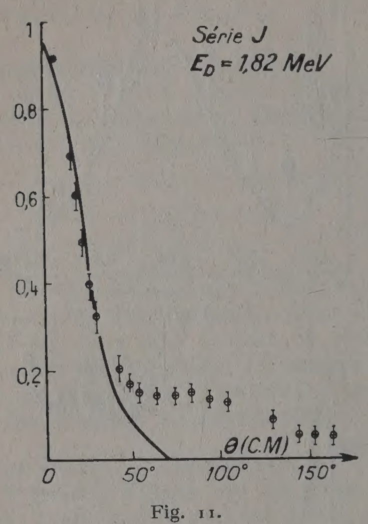


Fig. 11.

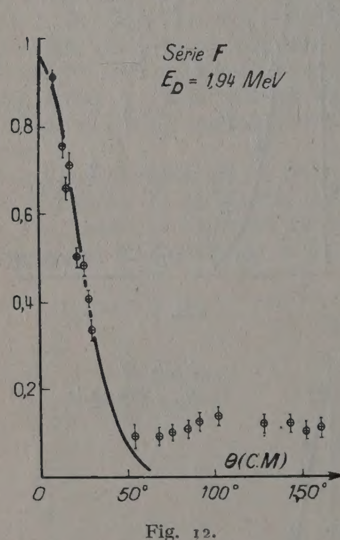


Fig. 12.

chaque série à environ 20 émulsions par série. Les angles étaient choisis suivant l'allure générale de chaque courbe. L'ensemble des mesures faites actuellement porte sur environ 300 000 trajectoires de protons. Il nous a paru inutile de dépouiller les émulsions restantes, étant donné la continuité présentée par les points expérimentaux déjà obtenus et la précision limitée de chacun d'eux.

6. Les valeurs ainsi obtenues permettent d'obtenir les variations relatives des sections efficaces différen-

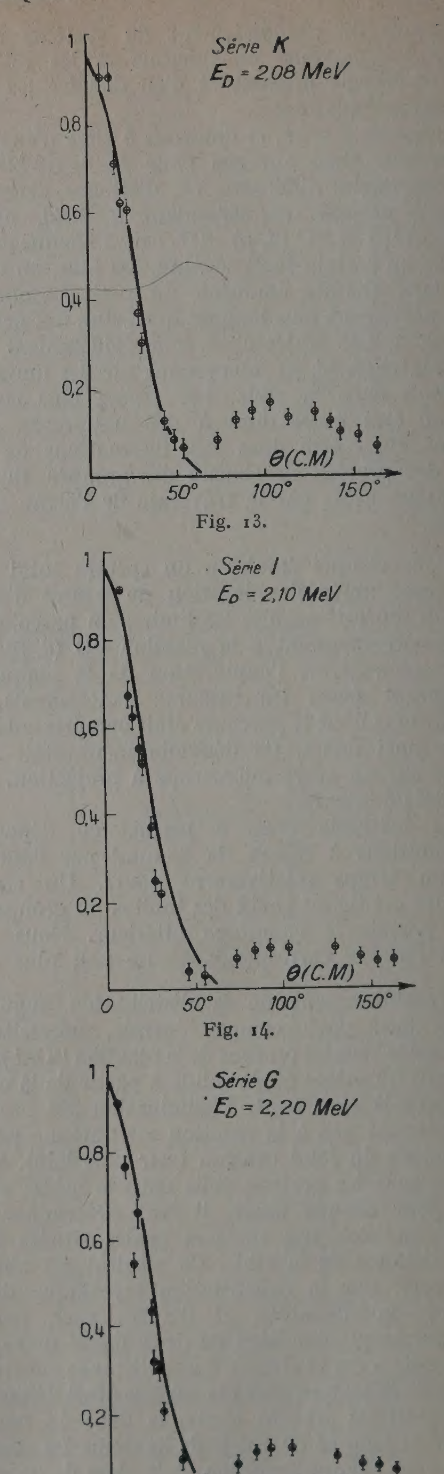


Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

tielles avec l'angle, dans le système du laboratoire. Pour obtenir les mêmes renseignements dans le système du centre de masse nous devons faire les transformations suivantes :

$$\sin(\theta_{CM} - \theta_{lab}) = \frac{v_0}{v_{CM}} \sin\theta_{lab},$$

$$I_{CM} = I_{lab} \frac{\sin^2\theta_{lab}}{\sin^2\theta_{CM}} \cos(\theta_{CM} - \theta_{lab});$$

où θ_{CM} et θ_{lab} sont les angles d'émission du proton dans le système du centre de masse et le système du laboratoire, I_{CM} et I_{lab} sont les nombres de protons émis dans les deux systèmes, v_0 la vitesse du centre de masse et v_{CM} la vitesse du proton dans le système du centre de masse.

Les résultats obtenus après cette transformation sont représentés sur les figures 8 à 15.

C. **Précision des résultats**. — Nous allons discuter successivement les causes d'erreur intervenant dans l'établissement de chacune des courbes expérimentales, afin de fixer la précision des résultats ainsi obtenus.

a. Erreurs liées à l'angle solide. — La chambre expérimentale a été construite de façon à ce que toutes les émulsions voient le centre de la chambre (qui joue le rôle de source pour les protons étudiés) sous le même angle solide. Pour que cette condition soit remplie, il faut :

1° que le faisceau rencontre la cible au centre géométrique de l'appareil. Ce centrage était réalisé à l'aide de l'alignement de deux fentes situées à l'entrée de la chambre et du collecteur de la cage de Faraday situé à l'autre extrémité. L'impact du faisceau sur la cible, visible sur cette dernière à la fin des expériences, formait une ligne de 3 mm de large et de 1 cm de hauteur;

2° que la distance moyenne des plaques à la cible et leur inclinaison sur la direction moyenne des protons soit rigoureusement la même. Cette condition a été réalisée par construction, les plaques étant maintenues strictement dans la position requise. La distance moyenne au centre de la chambre (23 cm) et les dimensions maxima de la source (impact du faisceau sur la cible) permettent de considérer les angles solides comme constants à environ 1 pour 100 près.

b. Erreurs dues à la numération des trajectoires. — Une première erreur est due à la limitation de la surface explorée. La largeur de chaque bande était mesurée par le diamètre du champ du microscope, et sa longueur (distance entre les deux repères) mesurée par le déplacement de la platine du microscope. L'erreur totale sur la surface ainsi explorée est de l'ordre de 2 pour 100.

Une deuxième erreur est due au comptage des trajectoires, effectué par six personnes différentes sur quatre microscopes. L'ensemble des erreurs dues à l'équation personnelle de chaque observateur et à l'erreur statistique de comptage était également de l'ordre de 2 pour 100.

c. Erreurs liées à la sélection des protons de la réaction étudiée. — Nous avons vu que l'on trouvait, dans chaque émulsion, outre les protons de la réaction $^{16}O\ (d, p)\ ^{17}O^*$ qui nous intéresse, un certain nombre d'autres protons dont certains forment des groupes [essentiellement $^{16}O\ (d, p)\ ^{17}O$ et $^{12}C(d, p)^{13}C$] et dont les autres forment un fond continu.

Nous avons tout d'abord vérifié, à l'aide des relations parcours-énergie et de l'évolution de l'énergie des particules émises avec l'angle d'observation que les trois groupes principaux observés, étaient bien dus aux trois réactions principales envisagées.

Le problème qui se pose alors, une fois le groupe de $^{16}O(d, p)\ ^{17}O^*$ bien identifié, est de sélectionner tous les protons appartenant à ce groupe, à l'exclusion des autres. Ce problème est compliqué, par suite de l'existence du fond continu. Théoriquement, pour un groupe de protons monocinétiques, le coefficient de fluctuation en parcours est connu pour les diverses énergies considérées ici. Les causes supplémentaires de fluctuation sont liées à la dispersion en énergie des deutérons incidents, à l'épaisseur de la cible et à la traversée de l'écran d'aluminium. Nous avons adopté comme largeur de la bande le double du coefficient de fluctuation moyen, considéré comme constant dans l'intervalle d'énergie considéré. Nous avons constaté empiriquement que ce critère coïncidait généralement avec la largeur apparente du groupe de protons considéré et avec celui qu'on pouvait déduire d'une dispersion des parcours égale au double de la largeur à mi-hauteur de ce même groupe.

Dans l'ignorance de l'origine exacte des protons formant le fond continu, nous avons soustrait, du comptage total des protons délimité par les considérations ci-dessus, un pourcentage de trajectoires égal à l'intensité du fond continu dû aux protons de parcours supérieur aux protons considérés, au voisinage de la limite choisie.

L'erreur correspondant à ces limites de comptage et à la soustraction du fond continu est assez mal définie. On peut seulement remarquer que les deux sélections se compensent un peu et qu'une bande trop large sera réduite par la déduction d'un fond plus important et vice versa. Quoi qu'il en soit, la correction correspondante est faible lorsque le groupe a une intensité relativement grande, mais elle peut devenir très importante, pour les angles situés vers l'arrière où l'intensité est faible.

Par suite la précision attendue pour les intensités faibles est très inférieure à celle que l'on obtient pour les intensités fortes.

d. Erreur totale. — Compte tenu des causes d'erreur énumérées ci-dessus et de la cohérence interne des

résultats, nous avons adopté une « erreur maximum » qui est de 10 pour 100 pour les angles inférieurs à 50°, de 15 pour 100 entre 50 et 140° et qui s'élève à 20 pour 100 pour les angles supérieurs à 140°. C'est cette erreur qui est portée sur les courbes des figures 8 à 15.

TROISIÈME PARTIE.

I. Évolution des formes des distributions angulaires avec l'énergie. — Les figures 8 à 15 et le tableau II donnent les distributions angulaires obtenues dans le système du centre de masse, pour chaque série, en unités arbitraires rapportées à une même valeur pour l'angle de 8°. On peut constater que, dans tous les cas, les courbes obtenues sont très dissymétriques, et témoignent d'une émission préférentielle vers l'avant, caractéristique de la rupture en vol. Cette anisotropie a une importance relative différente pour chaque série; elle est particulièrement marquée pour les énergies supérieures à 1,8 MeV.

TABLEAU II.

		Fréquence (kc/s)	12 880.	13 225.	13 525.	13 900.	14 350.	14 500.	14 800.
		Énergie (MeV)	1,66.	1,78.	1,82.	1,94.	2,06.	2,1.	2,2.
			Série.						
N°.	Angle labo.	Angle CM.	E.	D.	J.	F.	K.	I.	G.
78	7 1/4	7° 45′	21,8	21,8	21,8	21,8	21,8	21,8	21,8
74	12 1/4	13 5	19,1	21,8	12,5	19	21,8	16,9	19,2
72	14 3/4	15 45	17,16	19,8	18,5	16,5	17,9	15,5	13,7
70	17 1/4	18 15	–	18,2	15,1	17,9	15,56	13,8	16,6
68	19 3/4	22	–	–	12,3	12,5	15,2	–	–
64	24 3/4	26 15	12,03	14,28	9,99	12,2	–	9,4	8,08
62	27 1/4	28 45	–	11,27	10,9	10,1	9,43	6,21	7,75
60	29 3/4	30 40	11,45	7,86	8,12	8,33	7,63	5,59	5,48
56	34 3/4	36	–	6,95	–	–	–	–	–
53	41	43 30	–	7,21	5,37	–	3,14	–	2,63
51	46	48 50	7,14	6,14	4,45	–	2,17	1,21	1,26
49	51	54	9	6,14	3,84	2,32	1,72	0,90	1,39
46	59 3/4	63 3	–	–	3,62	–	–	–	–
44	64 3/4	68 15	–	–	–	2,20	–	–	–
42	69 3/4	73 15	12,66	8,51	3,64	–	2,14	1,83	2,32
38	79 3/4	83 15	15,28	8,97	3,84	2,70	3,33	2,33	2,84
34	89 3/4	93 40	15,84	5,84	3,39	3,12	3,63	2,36	3,19
30	99 3/4	103 30	11,96	6,68	3,15	3,53	4,21	2,28	3,19
26	109 3/4	113 15	8,99	–	–	–	3,45	–	–
20	124 3/4	128	–	2,60	2,12	3,03	3,76	2,42	2,60
18	129	133	6,20	4,40	–	–	–	–	–
16	134 3/4	137 15	–	–	–	–	3,08	–	–
14	139 3/4	142 5	4,6	2,00	1,33	3,15	2,36	2,04	2,36
10	149 3/4	151 30	4	2,00	1,28	2,72	2,49	1,61	2,46
6	159 3/4	161	5,16	2,00	1,28	2,85	1,77	1,73	1,07

Remarquons que la série K (2,06 MeV) correspond au maximum de la résonance; il faut donc admettre que *même à la résonance, le mécanisme de « stripping » joue un rôle relativement important.*

Par ailleurs, les formes obtenues sont en bon accord avec celles obtenues précédemment par Heydenburg et Inglis [3] qui n'avaient étudié que cinq angles compris entre 35 et 160°. Il est intéressant de remarquer que Heydenburg et Inglis avaient considéré les courbes obtenues pour les deutérons de 1,8 MeV comme relativement symétriques par rapport à 90°. Cette symétrie est complètement détruite lorsqu'on ajoute les résultats relatifs aux angles inférieurs à 35° que les auteurs précédents n'avaient pu atteindre expérimentalement. Il est aisé de le voir sur les figures 8 à 15.

En fait, aucune des formes obtenues ne présente de symétrie par rapport à 90°.

Comparaison avec les théories de la « rupture en vol » et du noyau composé. — Nous avons comparé les formes obtenues à celles calculées à partir de la théorie de Butler [8]. Ces calculs ont été faits par le Service de Physique mathématique du C. E. A. pour les énergies de deutérons mises en jeu, en admettant trois valeurs différentes du « rayon nucléaire » de l'oxygène 16 :

$$R = 4{,}224.10^{-13}\ \text{cm}; \qquad R' = 5{,}174.10^{-13}\ \text{cm};$$
$$R'' = 6{,}336.10^{-13}\ \text{cm}.$$

Les figures 8 à 15 montrent cette comparaison pour les sept séries étudiées. On y a figuré en trait

plein les courbes théoriques de Butler pour $l_N = 0$ relatives à R : $5,174.10^{-13}$ cm. On peut voir que dans tous les cas, l'accord est bon pour les angles inférieurs à 30°. Pour les séries F, K, I et G, cette coïncidence s'étend jusqu'au minimum des courbes de Butler, vers 50°.

L'accord avec la distribution de Butler observé pour la première fois par Burrows, Gibson et Rotblat [9] pour des deutérons de 8 MeV a été depuis lors vérifié par de nombreux expérimentateurs jusqu'à des énergies de l'ordre de 3 MeV.

Nous constatons ici que le mécanisme de stripping reste encore prédominant pour les deutérons de l'ordre de 2 MeV.

Il était raisonnable de penser que les émissions au delà de 50° seraient dues essentiellement au mécanisme de formation d'un noyau composé.

Dans le cas où ce mécanisme intervient seul, en mettant en jeu un seul niveau de parité bien définie, on doit obtenir à la résonance une distribution symétrique par rapport à 90°. Aucune des formes observées ne présente une telle symétrie. Ce résultat s'explique par la présence du mécanisme compétitif de la rupture en vol dont les effets ne sont pas négligeables, même à la résonance, surtout si l'on tient compte d'interférences possibles. Il n'est pas exclu qu'une deuxième résonance très voisine puisse contribuer à détruire cette symétrie (*voir* § II, B).

Il ne faut pas oublier toutefois que les mécanismes envisagés ne tiennent pas compte des effets coulombiens.

II. Évolution des sections efficaces différentielles avec l'énergie.

— Si l'on connaît, pour chaque énergie, le nombre de noyaux de la cible et le nombre des deutérons incidents, les résultats précédents permettent d'obtenir les variations relatives des sections efficaces différentielles avec l'énergie, pour différents angles.

A. *Nombre de deutérons incidents et de noyaux-cibles.* — Les deutérons traversant la cible étaient recueillis dans une cage de Faraday située à l'extrémité de la chambre, et leur nombre était mesuré à l'aide de l'intégrateur de courant. D'autre part, il était possible de mesurer les deutérons diffusés par la cible dans certaines émulsions devant lesquelles il n'y avait pas d'écran d'aluminium.

Nos cibles étaient métallisées par une mince couche d'or, et la diffusion des deutérons sur l'or peut être considérée comme coulombienne. La mesure des deutérons diffusés sur l'or (dont le parcours dans l'émulsion se sépare nettement de celui des deutérons diffusés sur le carbone et l'oxygène) permet donc de remonter au nombre de particules incidentes, si le nombre de noyaux d'or est resté constant.

Les deux méthodes (intégrateur de courant et diffusion coulombienne) ont donné des résultats cohérents à 7 pour 100 près sauf pour une série (1,96 MeV) où l'écart est de 20 pour 100. Cette série n'ayant été obtenue ni au début ni à la fin des expériences, on ne peut attribuer cet écart à une évolution systématique de la cible. Nous admettrons en conséquence que le nombre de deutérons incidents n'est pas connu à mieux que 20 pour 100 près, et que, dans ces limites, le nombre de noyaux d'or est resté constant.

Nous admettons également que le nombre de noyaux d'oxygène de la cible est resté constant.

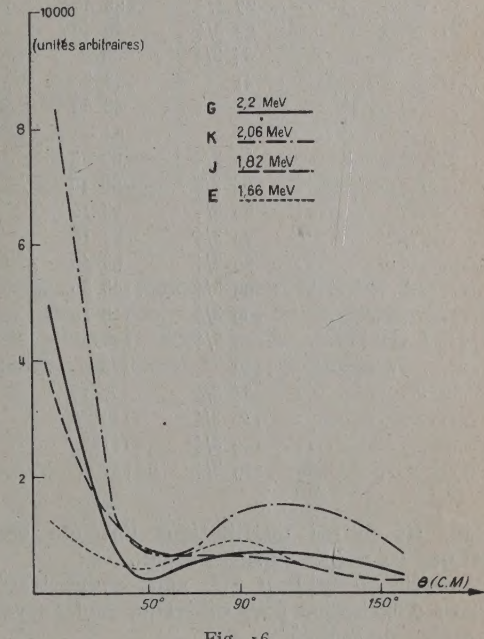


Fig. 16.

Le nombre de deutérons diffusés ne permet pas de mesure du nombre de noyaux d'oxygène car la diffusion des deutérons sur l'oxygène n'est certainement pas coulombienne.

Toutefois, la cohérence interne des résultats, et la diffusion sur l'or permettent de dire que l'hypothèse d'un nombre de noyaux d'oxygène constant au cours des expériences n'est pas grossièrement fausse. Il en résulte cependant que les erreurs sur la comparaison des rendements d'une série à l'autre seront considérablement plus grandes que les erreurs sur la comparaison des formes des distributions angulaires.

B. *Résultats.* — Le tableau III reproduit les chiffres obtenus pour le nombre des protons émis dans les différents angles examinés, rapportés au même nombre de deutérons incidents. Sur la figure 16, quatre des distributions angulaires normalisées par rapport au nombre de deutérons incidents ont été superposées. Pour la clarté du

TABLEAU III.

			Série.						
Fréquence (kc/s)			12 880.	13 225.	13 525.	13 900.	14 350.	14 500.	14 800.
Énergie (MeV)			1,66.	1,78.	1,82.	1,94.	2,06.	2,1.	2,2.
N°	Angle labo.	Angle CM.	E.	D.	J.	F.	K.	I.	G.
78	7 1/4	7°45′	1 260	2 380	3 970	2 820	8 395	6 860	5 000
74	12 1/4	13 5	1 110	2 380	2 290	2 500	8 395	5 320	4 400
72	14 3/4	15 45	997	2 160	3 390	2 140	6 900	4 880	3 160
70	17 1/4	18 15	–	1 985	2 740	2 320	5 994	4 360	3 821
68	19 3/4	22	–	–	2 240	1 650	5 870	4 096	–
64	24 3/4	26 15	694	1 555	1 790	1 580	–	2 962	1 850
62	27 1/4	28 45	–	1 230	2 000	1 300	3 634	1 955	1 780
60	29 3/4	30 40	665	855	1 480	1 090	2 940	1 760	1 265
56	34 3/4	36	–	760	–	–	–	–	–
53	41	43 30	–	785	975	–	1 211	–	610
51	46	48 50	415	670	800	–	836	380	290
49	51	54	523	665	700	300	665	284	322
46	59 3/4	63 3	–	–	655	–	–	–	–
44	64 3/4	68 15	–	–	–	290	–	–	–
42	69 3/4	73 15	735	925	660	350	828	577	535
38	79 3/4	83 15	887	980	700	350	1 286	736	655
34	89 3/4	93 40	920	637	620	410	1 400	744	735
30	99 3/4	103 30	695	728	575	460	1 622	720	735
26	109 3/4	113 15	522	–	–	–	1 331	–	–
20	124 3/4	128	–	284	390	390	1 450	762	600
18	129	133	360	480	–	–	–	–	–
16	134 3/4	137 15	–	–	–	–	1 187	–	–
14	139 3/4	142 5	268	218	242	410	910	643	545
10	149 3/4	151 30	232	218	235	350	961	508	565
6	159 3/4	161	303	209	235	370	682	545	245

dessin, les autres distributions ont été omises, ainsi que les points expérimentaux.

A partir du tableau III, nous avons tracé les courbes d'excitation pour différents angles (système du centre de masse).

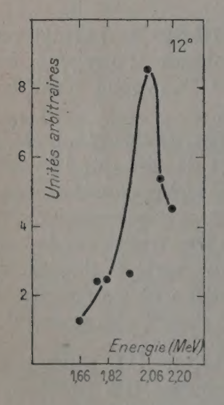


Fig. 17.

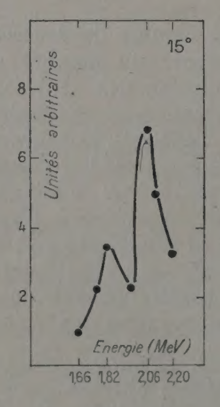


Fig. 18.

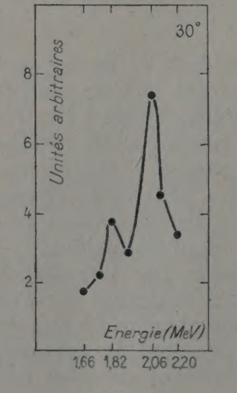


Fig. 19.

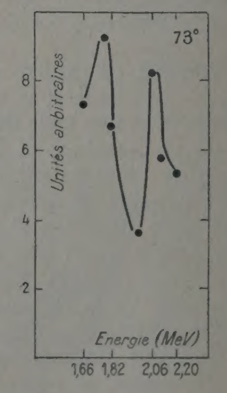


Fig. 20.

Les erreurs expérimentales de ces courbes d'excitation sont la somme :

1° de l'erreur sur chaque mesure qui, comme nous l'avons dit, est de l'ordre de 10 pour 100 vers l'avant, de 15 pour 100 vers 50° et de 20 pour 100 vers l'arrière;

2° de l'erreur due à la mesure du nombre de deutérons qui est de l'ordre de 20 pour 100;

3° de l'erreur due à une évolution possible du nombre de noyaux de la cible, erreur qui est difficile à chiffrer.

Nous admettrons comme « erreur maximum » sur les courbes relatives aux petits angles : 40 pour 100; sur les angles compris entre 50 et 140° : 50 pour 100; sur les angles supérieurs à 140° : 60 pour 100.

Les figures 17 à 24 donnent les allures générales des courbes ainsi obtenues.

On peut constater que l'effet de résonance à 2,06 MeV (série K) est *sensible à tous les angles y compris vers l'avant.*

Les courbes à 105 et à 150° sont qualitativement en accord avec les courbes obtenues directement au compteur proportionnel et au compteur à scintillations dans la première partie de ce travail. Elles sont également en accord avec celles obtenues par Heydenburg et Inglis pour les cinq angles étudiés par ces derniers. Le nombre d'angles observés ici étant nettement supérieur, on peut suivre l'évolution de la courbe d'excitation en fonction de l'angle d'observation.

Dans l'ensemble, ces courbes montrent nettement la résonance à 2,06 MeV, en accord avec les résultats obtenus dans la première partie, et environ 100 keV plus bas que l'énergie de résonance trouvée par Heydenburg et Inglis. Pour certains angles, il existe une faible indication d'un second maximum qui se situerait vers 1,7 MeV; les erreurs expérimentales ne permettent pas d'affirmer la présence de cette seconde résonance; il s'agit peut-être de la résonance mise en évidence à 1,7 MeV par Heydenburg et Inglis, mais dans ce cas l'écart entre les deux pics ne serait pas conservé. Si l'on accorde une signification à ce second maximum, il pourrait s'y trouver une interprétation de l'allure différente des formes des distributions angulaires pour les énergies inférieures à 1,8 MeV, celles-ci étant alors relatives à une autre résonance ayant un caractère différent de celle à 2,06 MeV.

Section efficace totale. — En intégrant les sections efficaces différentielles obtenues précédemment on peut obtenir, pour chaque énergie, la valeur de la section efficace totale, et obtenir ainsi la courbe d'excitation correspondante.

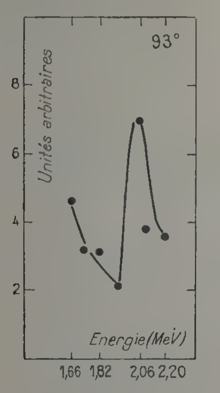


Fig. 21.

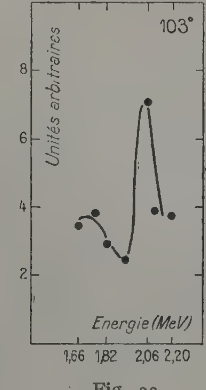
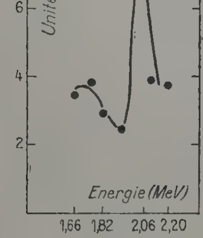



Fig. 22.

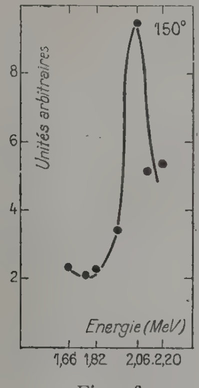


Fig. 23.

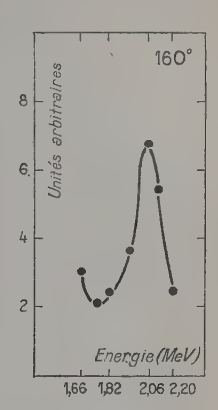


Fig. 24.

La figure 25 montre l'allure générale de la courbe ainsi obtenue. On y trouve la résonance à 2,06 MeV et la possibilité d'une autre résonance à 1,7 MeV (signalée par Heydenburg et Inglis).

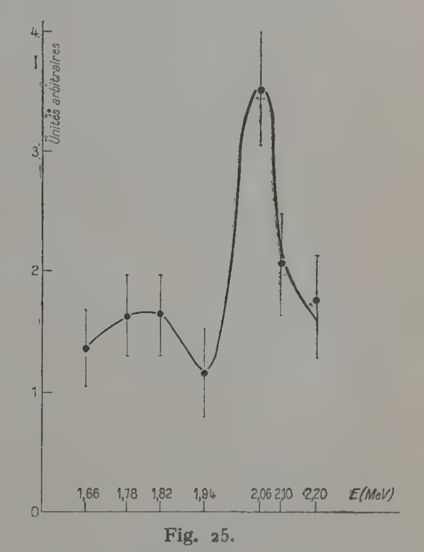


Fig. 25.

La largeur de la résonance à 2,06 MeV semble plus faible que celle observée par Heydenburg et Inglis, ainsi que celle obtenue dans la première partie de ce travail. Cet effet est sans doute lié à une épaisseur différente des cibles utilisées.

QUATRIÈME PARTIE.

Discussion des résultats. — Ainsi, il paraît établi que, d'une part, les protons émis vers l'avant

présentent dans tout le domaine d'énergie considéré, y compris l'énergie de la résonance, la distribution angulaire caractéristique de la rupture en vol, et que, d'autre part, le nombre de ces protons passe par un maximum à la résonance.

La théorie de Butler qui suppose que le proton formé n'interagit en aucune façon avec le noyau cible ne permet pas d'interpréter la résonance vers l'avant.

Mais des théories qui cherchent à être plus rigoureuses font intervenir une interaction entre le noyau cible et le proton. Celle de MM. Horowitz et Messiah [10] notamment, tient compte, pour interpréter la réaction inverse (p, d), de l'onde de diffusion élastique du proton. Cette interaction se traduit essentiellement par une modification des termes correspondant aux petits moments orbitaux l_p du proton et elle modifie la valeur de la section efficace différentielle sans que la forme des distributions angulaires soit très sensiblement modifiée. Ces auteurs pensent que notre résultat pourrait être expliqué semi-quantitativement en tenant compte [dans le processus (p, d)] d'une diffusion résonante du proton pour la (ou les) valeur (s) donnée (s) de l_p correspondant à la résonance, la contribution de cette diffusion amplifiant la valeur de la section efficace sans changer beaucoup la forme. Mais la valeur trouvée pour le rapport d'amplification semble nettement plus élevée que la valeur attendue (de l'ordre de 2).

Pour préciser ce point, nous avons l'intention de reprendre, avec un dispositif électronique, l'étude de la courbe de rendement de la réaction $^{16}O(d, p)^{17}O^*$ à 0°. Nous nous proposons également d'étudier la variation de la section efficace différentielle vers l'avant au voisinage d'autres résonances.

Nous tenons à remercier vivement le Service des Accélérateurs du C. E. A. qui a réalisé l'accélérateur électrostatique et en a assuré le fonctionnement lors de ces expériences.

Les cibles d'oxyde de baryum et de formvar ont été préparées par le Groupe des Techniques nucléaires du Service de Physique nucléaire, groupe dirigé par M. Prugne; nous exprimons particulièrement notre reconnaissance à ce groupe.

Mlle A. Bonnet a dirigé le travail du groupe de microscopistes qui ont assuré le dépouillement des émulsions; elle a en outre participé avec Mlle M. Antoine et M. Bernheim aux expériences et notamment au développement des clichés. Nous adressons à tous nos remerciements.

Enfin, nous exprimons toute notre gratitude à MM. J. Horowitz et A. Messiah du Service de Physique Mathématique qui nous ont suggéré une expérience de ce type et aidé tout au long de ce travail par les fructueuses discussions que nous avons eues avec eux. Ils ont en outre préparé les calculs des courbes de distributions angulaires théoriques, calculs effectués par le Bureau de Calcul de leur service, que nous remercions ici.

Manuscrit reçu le 31 juillet 1954,
complété le 10 novembre 1954.

Note ajoutée aux épreuves (15 février 1955). — 1° Les expériences annoncées dans la quatrième partie sont en cours à Saclay. Le maximum de la section efficace différentielle à 0° pour l'énergie de la résonance à 2,06 MeV est confirmé mais les résultats sont encore préliminaires.

2° A l'appui des considérations théoriques avancées dans la discussion des résultats, on peut citer les calculs récents de W. Tobocman et M. H. Kalos sur le fluor 19 (*Phys. Rev.*, 1955, **97**, 132).

3° Un travail expérimental de Stratton et al. (Minneapolis) montre que la courbe de variation de la section efficace différentielle de $^{16}O(d, p)^{17}O$ (état fondamental) relative à l'angle correspondant au maximum de la distribution angulaire (53°) présente des pics pour deux énergies de résonance (communication privée). D'autres travaux analogues ont été effectués à Madison (Wisconsin) (Jones et al., *B.A.P.S.*, 1954, **29**, 7, R4).

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Rapports C. E. A. à paraître sur l'Accélérateur électrostatique de Saclay.

[2] Ajzenberg F. et Lauritsen T. — *Rev. mod. Phys.*, 1952, **24**, 321.

[3] Heydenburg N. P. et Inglis D. R. — *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 230.

[4] Cohen R., Berthelot A., Cotton E., Faraggi H., Grjebine T., Levêque A., Naggiar V., Roclawski-Conjeaud M. et Szteinsznaider D. — Étalonnage en énergie de l'accélérateur électrostatique du Centre d'Études nucléaires de Saclay. Note C. E. A. n° 31.

[5] Gabet A. et Duclos J. L. — Rapport C. E. A. à paraître.

[6] Devons S. — *Proc. Roy. Soc.*, 1939, **172** A, 127.

[7] Wilkins T. R. — *Phys. Rev.*, 1941, **60**, 365.

[8] Butler S. T. — *Proc. Roy. Soc.*, 1951, **208** A, 559.

[9] Burrows H. B., Gibson W. M. et Rotblat J. — *Proc. Roy. Soc.*, 1951, **210** A, 534.

[10] Horowitz J. et Messiah A. M. L. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 695; *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1326.

LES NIVEAUX D'ÉNERGIE DES ATOMES DE NUMÉRO ATOMIQUE INFÉRIEUR A 70

Par Mlle Y. CAUCHOIS,

Laboratoire de Chimie physique, Faculté des Sciences, Paris.

Sommaire. — Cet article fait suite à une précédente publication (*J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 113). Il présente un tableau des niveaux d'énergie des atomes de numéro atomique 69 à 3 inclusivement, calculés à partir de leurs fréquences X caractéristiques. Jusqu'au numéro atomique 37 inclusivement, la fréquence de la transition qui sert de base aux calculs est celle de la discontinuité L_{III}, comme pour les éléments plus lourds. Au delà, le zéro des énergies change légèrement puisque c'est la fréquence de la discontinuité d'absorption K qui a été choisie comme base des calculs. Sous réserve de quelques nouvelles mesures spectroscopiques à effectuer, on obtient probablement ainsi la tabulation la plus satisfaisante quant à l'homogénéité et à la précision des données présentées. L'extension du tableau aux éléments dont les spectres X sont incomplets ou inconnus, y compris les transuraniens, sera publiée prochainement.

En 1951, à l'occasion du Jubilé du Professeur M. Siegbahn, j'ai commencé la publication de tables de valeurs des niveaux d'énergie atomiques calculés à partir de leurs spectres de rayons X. Un premier article paru dans ce Journal [1] et que nous désignerons ci-dessous par (I), rapportait les valeurs relatives aux éléments de numéro atomique 92 à 70 inclusivement, dont les spectres X mesurés permettaient la détermination directe. Le tableau présenté dans (I) avait été limité au numéro atomique 70 parce que les données spectroscopiques qu'offrait alors la bibliographie pour de trop nombreux éléments plus légers semblaient insuffisantes et d'une précision inférieure à celle obtenue pour les éléments lourds. En conséquence, nous avons entrepris, dans notre Laboratoire, la révision de ces données par de nouvelles études expérimentales. Quoique ce travail ne soit pas terminé, je crois préférable de publier dans son état actuel la suite du tableau de (I) pour tous les éléments de numéro atomique 69 à 3, à l'exception des éléments 61 et 43. Le présent travail complète donc la publication (I) à laquelle le lecteur voudra bien se reporter pour les commentaires généraux relatifs aux points suivants :

— le mode de calcul;
— les facteurs numériques adoptés dans ce calcul;
— le sens des nombres obtenus, sur la base des mécanismes envisagés pour les processus d'émission et d'absorption des fréquences X caractéristiques.

Nous rappellerons seulement que les calculs des niveaux d'énergie sont effectués, pour chaque atome, à partir d'une seule fréquence du spectre d'absorption, à l'aide du plus grand nombre possible de combinaisons de fréquences qui sont presque exclusivement des fréquences d'émission appartenant de préférence à une même série spectrale. Un usage qui demeure partiellement justifié, fait que l'on choisit comme fréquence d'absorption, soit la fréquence L_{III}, soit pour les éléments plus légers, la fréquence K. Dans le traité classique de Siegbahn [2], les niveaux avaient été calculés à partir de l'absorption L_{III} de $Z = 92$ à $Z = 51$ et à partir de l'absorption K pour $Z \leq 50$. Nous avons indiqué dans (I) que la fréquence d'absorption, L_{III} par exemple, étant en général celle de la discontinuité d'absorption d'un solide, ne correspond pas à l'énergie de transfert de l'électron atomique $2p_{\frac{3}{2}}$ à l'infini; mais à son transfert vers un état d'excitation lié à l'atome ou vers un état inoccupé de la bande de conductibilité de symétrie convenable. Les valeurs rapportées ici sont donc légèrement différentes des énergies d'ionisation des couches électroniques de l'atome libre; la différence doit en général dépasser l'erreur probable sur ces valeurs. Le zéro des énergies, pour chaque élément, correspond pour tous les niveaux calculés à un même niveau de faible énergie individuel ou collectif. Pour connaître l'énergie du système qui serait formé par l'atome ionisé en couche profonde et l'électron sans vitesse ni interaction dans le vide, par rapport à l'état stable de l'atome non perturbé, il faudrait donc être certain des processus de l'absorption et de l'émission X et identifier l'origine de la fréquence expérimentale mesurée sur la discontinuité K ou L_{III} et prise comme référence. Pour faciliter, dans tous les cas, l'identification de cette fréquence d'absorption prise comme référence et pour éliminer, simultanément, les décalages d'énergie qui pourraient résulter de l'influence de l'état de liaison de l'atome absorbant et émissif sur ses fréquences caractéristiques, nous avons construit nos tableaux à partir de mesures spectroscopiques relatives, de préférence, aux éléments métalliques ou aux solides élémentaires. A défaut, nous avons retenu les valeurs relatives à l'oxyde le plus commun; nous avons conscience que, dans certains cas, des ambiguïtés peuvent subsister sur la nature même de l'oxyde, car la préparation et l'identification ne sont pas toujours nettement précisées par les auteurs des travaux retenus.

Le choix des métaux chaque fois que possible apporte à nos tables une homogénéité d'un élément à l'autre. Pour accroître encore cette homogénéité, nous avons maintenu aussi loin que possible vers les éléments de faible numéro atomique, le mode de calcul choisi pour tous les éléments de la publication (I). Tout d'abord, nous avons conservé la fréquence de la discontinuité principale d'absorption L_{III} comme fréquence de référence jusqu'au krypton, $Z = 36$; alors que Siegbahn n'avait pu le faire que jusqu'à $Z = 50$. En considérant l'erreur expérimentale probable sur les mesures dont nous pouvons disposer, respectivement dans les spectres K et L des domaines spectraux ici en cause, on peut se convaincre que le choix de la fréquence L_{III} est dans tous les cas préférable à celui de la fréquence K, car elle est généralement connue avec une meilleure précision. Le cas le plus défavorable est celui des terres rares légères étudiées exclusivement à ce jour par l'école de Coster en 1922; l'erreur sur L_{III} doit atteindre 0,7 à 1 uX, soit 2 à 2,5 eV; elle n'est pas supérieure à l'erreur sur l'absorption K mesurée par exemple dans notre Laboratoire, à mieux que 0,02 uX environ. Quant aux mesures récentes effectuées sur le spectre L par les chercheurs de notre Laboratoire, l'erreur probable n'atteint sans doute pas la moitié ou le tiers de l'erreur sur K.

La précision de la localisation d'une fréquence d'absorption dépend certainement, entre autres, de l'étalement de la variation rapide du coefficient d'absorption dans un certain domaine autour de cette fréquence, donc en partie de la largeur du niveau profond en jeu. La largeur « classique » de 0,12 uX donne un ordre de grandeur correct de la largeur du niveau K essentiellement due aux transitions avec rayonnement. Elle peut être très grande pour les éléments lourds, puisqu'elle varie à peu près comme Z^4. La largeur expérimentale varie d'environ 54 à moins de 1 eV, puis à 0,04 eV de l'or (79) au potassium (19) et à l'aluminium (13). Mais au zirconium (40), par exemple, la largeur du niveau K doit être d'environ 5 eV; celle de L_{III} de 1 ou 2 eV seulement. Il reste donc avantageux, tant au point de vue de la résolution instrumentale qu'au point de vue des largeurs propres, de faire porter les mesures de base sur L_{III} aussi loin que le krypton.

Le procédé de calcul de tous les niveaux à partir de la fréquence d'absorption L_{III} (que nous appellerons, pour abréger, L_{III} abs.) employé dans (I) nécessite de connaître les fréquences des émissions quadripolaires $L\beta_9(L_I M_V)$ et $L\beta_{10}(L_I M_{IV})$, ou de l'une d'elles au moins, afin de déduire L_I et de là tous les niveaux p (M_{II}, M_{III}, N_{II}, N_{III}, ...). Or ces émissions ne sont pas connues pour les éléments de numéro atomique inférieur à 45. Entre $Z = 45$ et $Z = 37$ inclusivement, nous avons donc procédé comme suit :

Les niveaux L_{III} (et L_{II}) sont associés aux émissions $K\alpha$ et à $L\beta_3(L_I M_{III})$ et $\beta_4(L_I M_{II})$ pour obtenir M_{II}, M_{III}, L_I et $N_{II,III}$, d'après les relations simples :

$$M_{II} = \begin{cases} L_{II} - (K\alpha_2 - K\beta_3), \\ L_{III} - (K\alpha_1 - K\beta_3); \end{cases}$$

$$M_{III} = \begin{cases} L_{II} - (K\alpha_2 - K\beta_1), \\ L_{III} - (K\alpha_1 - K\beta_1); \end{cases}$$

$$L_I = \begin{cases} L\beta_4 + M_{II}, \\ L\beta_3 + M_{III}; \end{cases}$$

$$N_{II,III} = L_I - L\gamma_{2,3}.$$

Des moyennes sont prises si les deux combinaisons de fréquences possibles sont *a priori* de précision comparable. Ceci dit, les nombres présentés correspondent à divers cas (1).

Considérons tout d'abord les *terres rares de numéros* atomiques $Z = 69$ à $Z = 63$ inclusivement (2).

Les déterminations des niveaux ont donc été faites comme pour les éléments de numéro atomique $Z \geqq 70$ publiés dans (I) et en choisissant, ici aussi, pour « zéro » des énergies, l'énergie correspondant à la fréquence de la discontinuité d'absorption L_{III}. La discussion de ce que représente la fréquence d'absorption L_{III} est donnée dans (I). Les spectres L d'émission et d'absorption de tous ces éléments ont fait l'objet de nouvelles mesures dans notre Laboratoire par rapport à des « raies de références » bien définies, dont les longueurs d'onde sont probablement connues avec une bonne précision; ces émissions de référence sont spécifiées dans les travaux originaux et les longueurs d'onde adoptées pour elles sont celles de nos Tables sélectionnées [3]. Tous les spectres utilisés ont été pris avec les oxydes de la valence 3, qui ont l'avantage d'être très stables; l'emploi du métal était actuellement hors de question. On se rappellera qu'il peut exister une différence de plusieurs eV entre le zéro des énergies ainsi adopté et celui qui résulterait de l'emploi du métal (*cf.* I).

L'auteur des travaux d'où découlent les valeurs retenues pour $Z = 69$, 68, 67, 65, 64 et 63 (P. Sakellaridis, 1953 et 1954) estime que la précision des mesures correspond à environ 1 eV. Toutefois des erreurs incontrôlables, difficiles à estimer, peuvent s'introduire; par exemple sur les longueurs d'onde standard elles-mêmes.

Tous les niveaux ont été déduits des spectres L,

(1) Pour les références qui ne seront pas indiquées dans le texte ci-dessous, le lecteur voudra bien se reporter à la bibliographie jointe au tableau.

(2) Il était indispensable de refaire l'analyse des spectres L de ces terres rares pour coordonner les valeurs de leurs fréquences caractéristiques avec celles des autres éléments étudiés à partir des mêmes standards de fréquences et de les obtenir avec la précision que permettent les techniques actuelles. Les seules mesures dont nous disposions en pratique étaient celles de Coster qui datent de 1922-1923. J'ai retardé la rédaction de cet article jusqu'à ce que des travaux expérimentaux en cours sur ces terres rares soient terminés.

sauf le niveau K qui a été calculé à partir des fréquences de $K\alpha_1$ et α_2, mesurées par Leide ou, pour le thulium, par Cork et Stephenson.

Il faut remarquer que ces auteurs n'ont pas toujours fait usage d'oxyde, mais de divers sels (3); ce qui pourrait entraîner des différences sur les fréquences d'émission, par rapport à l'oxyde. Mais ces différences doivent rester petites, car la valence était ici la même pour le sel et l'oxyde; on peut penser d'ailleurs que les composés oxygénés se décomposent en oxyde stable, pendant l'excitation cathodique. Il est probable que l'incertitude sur ces mesures anciennes, basées sur d'autres standards de fréquence que ceux actuellement adoptés, dépasse le décalage possible, par effet chimique, tout au moins pour les émissions $K\alpha$.

Pour les terres rares suivantes ($Z = 62$ à 57 inclusivement), à l'exception de l'élément 61 qui n'a pas fait l'objet de mesures assez complètes ni utilisables, nous ne disposons pour les émissions L que des travaux anciens de Coster, complétés par ceux de Richtmyer pour les raies faibles ($L\beta_9$, β_{10}, β_7). Les spectres d'absorptions L font actuellement l'objet de nouvelles déterminations dans notre Laboratoire; les résultats en ont été employés pour les calculs des éléments 62 et 60. Les spectres d'émission K sont connus avec une bonne précision grâce à la Thèse d'Ingelstam sur les éléments lourds. Toutefois, elle ne donne pas le samarium (62) pour lequel ont dû être retenus les nombres de Leide (1925). Là encore des écarts mineurs peuvent provenir des différences d'état chimique, sulfate et nitrate ayant été employés à côté de l'oxyde trivalent.

Le spectre L d'émission et d'absorption des *éléments* 56 et 55 a été mesuré par Kellström et Ray sur l'oxyde, pour le baryum et sur le sulfate, pour le cæsium.

Le spectre d'émission L du *xénon* ($Z = 54$) n'est pas connu. A partir de la fréquence d'absorption L_{III} extraite de la Thèse de Brogrén et de différences de fréquences provenant de notre analyse du spectre d'émission K, nous avons pu déduire les niveaux L_{III}, $M_{II,III}$, $N_{II,III}$, ainsi que le niveau K. Le niveau L_I (indiqué entre parenthèses) correspond exceptionnellement ici à la fréquence d'absorption L_I et non à une fréquence calculée à partir de L_{III} abs. On trouvera dans une suite du présent article une discussion complémentaire des données spectroscopiques pour ce gaz.

Après le cas exceptionnel du xénon, les calculs ont été poursuivis jusqu'au rhodium (45) avec $L\beta_9$ et β_{10}, puis jusqu'au rubidium (37), comme indiqué, à l'aide, essentiellement, des valeurs de Haglund pour l'émission L, de Sandström pour l'absorption L et de Ingelstam ou d'autres chercheurs de l'école de Siegbahn pour l'émission K, comme on le voit d'après la bibliographie du tableau. A l'exception des éléments 53 (I), 39 (Y), 38 (Sr) et 37 (Rb), les valeurs se rapportent aux métaux (*voir* la dernière colonne du tableau). Pour l'argent (47), nous avons adopté une valeur L_{III} abs. obtenue par mesures à la chambre d'ionisation par Van Dyke et Lindsay et les fréquences d'émission L d'après Haglund comme pour les éléments voisins. Signalons cependant qu'il existe une étude d'ensemble du spectre L de l'argent par L. G. Parratt [4]. La mesure de la discontinuité L_{III} n'y est pas précisée. Quoique les mesures des émissions L y soient faites par rapport aux valeurs déterminées par Haglund pour les trois raies fortes : α, β et γ, leurs longueurs d'onde diffèrent assez fortement de celles de Haglund pour plusieurs raies utilisées dans nos calculs. Ici, comme dans nos Tables de Longueurs d'onde sélectionnées, nous avons conservé les résultats de Haglund (4). Les écarts qui paraissent importants chiffrés en uX restent faibles en eV. Cependant Parratt a donné une estimation de la résolution du doublet $L\gamma_{2,3}$ qui indique une séparation des niveaux N_{II} et N_{III} de 7 eV. Cette même séparation $N_{II}N_{III}$ résulte de la résolution de $K\beta_2$ en ses deux composantes pour Rh : 4 eV et pour Mo : 3 eV.

A partir du krypton (36), le niveau de référence correspond à la transition d'absorption K. Les niveaux sont calculés ainsi :

L_{II} et L_{III}, d'après les émissions $K\alpha_1$ et α_2;
M_{II} et M_{III}, d'après $K\beta_1$ et β_3;
$N_{II,III}$, d'après $K\beta_2$ jusqu'à sa disparition (les émissions $L\gamma_{2,3}$ n'étant d'ailleurs plus mesurées au delà de $Z = 37$).

Le spectre d'émission L du *krypton* n'est pas connu. Nous avons donc indiqué dans le tableau la valeur du niveau $M_{IV,V}$ déduite des émissions quadripolaires $K\beta_5$, ainsi que la valeur de L_I correspondant à l'absorption L_I et non à une énergie calculée à partir de l'absorption K.

Pour les éléments de numéro atomique inférieur à 35, la valeur de L_I est calculée à l'aide de M_{II} et M_{III} et des fréquences des émissions $L\beta_3$ et β_4 lorsqu'elles sont connues. Si elles ne le sont pas, mais que l'on connaisse la fréquence d'absorption L_I, nous en avons déduit comme pour 36 (Kr), une valeur de L_I indiquée entre parenthèses dans le tableau. M_I se déduit de L_{II} et L_{III} et des émissions $L\eta(L_{II}M_I)$ et $Ll(L_{III}M_I)$. Quant au niveau $M_{IV,V}$ (non résolu), on peut le calculer à l'aide de $K\beta_5$ ou de $L\alpha$; ce dernier mode de calcul est

(3) Pour les émissions K : Sulfate pour Er, Ho, Dy, Gd, Sm; nitrate pour Tb, Eu, Nd, Pr.
Pour les émissions L : Sulfate pour Sm, Nd, Pr, Ce, La.

(4) Des écarts notables apparaissent aussi entre les *longueurs d'onde* des émissions L du zirconium dues à Haglund et celle obtenues récemment par C. H. Shaw qui a bien voulu nous les communiquer. Malgré tout l'intérêt de ces nouvelles déterminations, nous avons pour le moment conservé les valeurs de Haglund par raison d'homogénéité. Les écarts ne seraient d'ailleurs que de l'ordre de 1 eV au plus.

TABLEAU.

Énergie des « niveaux X » en eV.

	K.	L_{I}.	L_{II}.	L_{III}.	M_{I}.	M_{II}.	M_{III}.	M_{IV}.	M_{V}.	N_{I}.	N_{II}.	N_{III}.	N_{IV}.	N_{V}.
69 Tm.......	59 3$_{73}$	10 11$_{8}$	9 61$_{5}$	8 64$_{8}$	2 30$_{7}$	2 09$_{4}$	1 88$_{9}$	1 51$_{6}$	1 47$_{1}$	47$_{2}$	39$_{0}$	34$_{1}$	19$_{1}$	18$_{1}$
68 Er.......	57 4$_{56}$	9 75$_{2}$	9 26$_{0}$	8 35$_{6}$	2 20$_{4}$	2 00$_{9}$	1 68$_{0}$	1 45$_{1}$	1 40$_{7}$	44$_{9}$	36$_{8}$	32$_{3}$	17$_{8}$	16$_{8}$
67 Ho.......	55 5$_{92}$	9 39$_{4}$	8 91$_{1}$	8 06$_{6}$	2 12$_{4}$	1 92$_{4}$	1 74$_{3}$	1 38$_{7}$	1 34$_{7}$	43$_{1}$	34$_{5}$	30$_{8}$	16$_{6}$	15$_{6}$
66 Dy.......	53 7$_{68}$	9 04$_{3}$	8 57$_{9}$	7 78$_{9}$	2 04$_{5}$	1 85$_{7}$	1 67$_{4}$	1 33$_{2}$	1 29$_{4}$	41$_{3}$	33$_{1}$	29$_{2}$	16$_{1}$	15$_{4}$
65 Tb.......	51 9$_{82}$	8 71$_{2}$	8 25$_{1}$	7 51$_{4}$	1 96$_{8}$	1 77$_{2}$	1 61$_{7}$	1 27$_{7}$	1 24$_{2}$	39$_{9}$	31$_{5}$	28$_{9}$	15$_{0}$	14$_{8}$
64 Gd.......	50 2$_{13}$	8 37$_{6}$	7 92$_{9}$	7 24$_{2}$	1 88$_{1}$	1 69$_{1}$	1 54$_{6}$	1 21$_{7}$	1 18$_{6}$	37$_{6}$	29$_{1}$	27$_{3}$	14$_{5}$	14$_{0}$
63 Eu.......	48 5$_{12}$	8 05$_{4}$	7 61$_{9}$	6 97$_{9}$	1 80$_{3}$	1 61$_{5}$	1 48$_{3}$	1 16$_{4}$	1 13$_{4}$	36$_{3}$	28$_{7}$	25$_{8}$	14$_{0}$	13$_{8}$
62 Sm......	46 8$_{35}$	7 73$_{8}$	7 31$_{2}$	6 71$_{6}$	1 72$_{3}$	1 54$_{2}$	1 42$_{0}$	1 10$_{8}$	1 08$_{0}$	34$_{5}$	26$_{7}$	24$_{8}$	13$_{3}$	12$_{9}$
60 Nd.......	43 5$_{64}$	7 12$_{7}$	6 72$_{2}$	6 20$_{8}$	1 57$_{6}$	1 40$_{5}$	1 29$_{8}$	1 00$_{1}$	97$_{8}$	31$_{6}$	24$_{3}$	22$_{5}$	12$_{0}$	11$_{8}$
59 Pr.......	41 9$_{89}$	6 83$_{8}$	6 44$_{5}$	5 96$_{8}$	1 51$_{4}$	1 34$_{0}$	1 24$_{6}$	95$_{5}$	93$_{5}$	30$_{9}$	24$_{0}$	22$_{2}$	12$_{3}$	11$_{8}$
58 Ce.......	40 4$_{42}$	6 55$_{3}$	6 16$_{9}$	5 72$_{8}$	1 44$_{0}$	1 27$_{6}$	1 18$_{8}$	90$_{6}$	88$_{9}$	29$_{5}$	22$_{8}$	21$_{2}$	11$_{8}$	11$_{6}$
57 La.......	38 9$_{25}$	6 26$_{9}$	5 89$_{5}$	5 48$_{9}$	1 36$_{8}$	1 20$_{7}$	1 12$_{6}$	85$_{3}$	83$_{8}$	27$_{6}$	21$_{0}$	19$_{5}$	10$_{7}$	10$_{6}$
56 Ba.......	37 43$_{5}$	5 99$_{3}$	5 62$_{3}$	5 24$_{6}$	1 29$_{2}$	1 14$_{1}$	1 06$_{6}$	79$_{5}$	78$_{0}$	25$_{3}$	19$_{6}$	18$_{4}$	9$_{2}$	9$_{0}$
55 Cs.......	35 97$_{8}$	5 72$_{0}$	5 35$_{8}$	5 01$_{0}$	1 21$_{6}$	1 07$_{1}$	1 00$_{3}$	73$_{8}$	72$_{4}$	23$_{0}$	17$_{8}$	16$_{7}$	7$_{8}$	7$_{5}$
54 Xe.......	34 58$_{2}$	(5 45$_{2}$)	5 10$_{0}$	4 78$_{1}$	–	94$_{1}$		–	–	–	13$_{9}$		–	–
53 I.........	33 16$_{6}$	5 18$_{9}$	4 85$_{3}$	4 55$_{8}$	1 07$_{4}$	93$_{2}$	87$_{6}$	63$_{3}$	62$_{1}$	18$_{8}$	12$_{4}$		5$_{3}$	5$_{1}$
52 Te.......	31 81$_{0}$	4 93$_{8}$	4 61$_{2}$	4 34$_{1}$	1 00$_{6}$	86$_{9}$	81$_{8}$	58$_{3}$	57$_{2}$	16$_{9}$	11$_{0}$		4$_{2}$	4$_{0}$
51 Sb.......	30 48$_{7}$	4 69$_{8}$	4 38$_{0}$	4 13$_{2}$	94$_{4}$	81$_{2}$	76$_{6}$	53$_{7}$	48$_{7}$	15$_{2}$	9$_{9}$		3$_{3}$	3$_{2}$
50 Sn.......	29 19$_{6}$	4 46$_{4}$	4 15$_{5}$	3 92$_{8}$	88$_{3}$	75$_{6}$	71$_{4}$	49$_{3}$	48$_{4}$	13$_{7}$	8$_{8}$		2$_{5}$	2$_{4}$
49 In.......	27 93$_{4}$	4 23$_{6}$	3 93$_{6}$	3 72$_{9}$	82$_{4}$	70$_{1}$	66$_{3}$	45$_{0}$	44$_{2}$	12$_{1}$	7$_{6}$		1$_{6}$	1$_{6}$
48 Cd.......	26 70$_{7}$	4 01$_{8}$	3 72$_{7}$	3 53$_{8}$	77$_{1}$	65$_{2}$	61$_{7}$	41$_{1}$	40$_{5}$	10$_{8}$	6$_{8}$		1$_{1}$	1$_{0}$
47 Ag.......	25 51$_{1}$	3 80$_{6}$	3 52$_{4}$	3 35$_{2}$	71$_{9}$	60$_{3}$	57$_{2}$	37$_{4}$	36$_{8}$	9$_{6}$	5$_{8}$		[5]	[4]
46 Pd.......	24 34$_{5}$	3 60$_{2}$	3 32$_{9}$	3 17$_{2}$	66$_{9}$	55$_{7}$	53$_{0}$	33$_{9}$	33$_{4}$	8$_{5}$	5$_{0}$		[0]	[0]
45 Rh.......	23 21$_{4}$	3 41$_{0}$	3 14$_{4}$	3 00$_{2}$	62$_{5}$	52$_{0}$	49$_{5}$	31$_{0}$	30$_{5}$	7$_{9}$	4$_{7}$		[1]	[1]
44 Ru.......	22 11$_{4}$	3 22$_{4}$	2 96$_{6}$	2 83$_{7}$	58$_{5}$	48$_{4}$	46$_{0}$	28$_{3}$	27$_{9}$	7$_{4}$	4$_{3}$		[2]	[2]
42 Mo.......	20 00$_{0}$	2 86$_{7}$	2 62$_{8}$	2 52$_{3}$	50$_{6}$	41$_{2}$	39$_{4}$	23$_{4}$	23$_{0}$	6$_{6}$	3$_{7}$		[5]	[5]
41 Nb.......	18 98$_{6}$	2 70$_{1}$	2 46$_{8}$	2 37$_{3}$	47$_{2}$	38$_{3}$	36$_{6}$	21$_{1}$	20$_{8}$	6$_{1}$	3$_{8}$		[6]	[7]
40 Zr.......	17 99$_{3}$	2 52$_{9}$	2 30$_{5}$	2 22$_{0}$	42$_{9}$	34$_{2}$	32$_{8}$	18$_{1}$	17$_{8}$	5$_{0}$	2$_{6}$		[2]	[1]
39 Y........	17 03$_{5}$	2 37$_{2}$	2 15$_{4}$	2 07$_{9}$	39$_{4}$	31$_{2}$	30$_{0}$	15$_{9}$	15$_{7}$	4$_{5}$	2$_{5}$		–	–
38 Sr.......	16 10$_{4}$	2 21$_{7}$	2 00$_{8}$	1 94$_{1}$	35$_{9}$	28$_{1}$	27$_{0}$	13$_{7}$	13$_{4}$	3$_{9}$	2$_{1}$		–	–
37 Rb.......	15 19$_{9}$	2 06$_{7}$	1 86$_{6}$	1 80$_{6}$	32$_{4}$	25$_{0}$	24$_{0}$	11$_{4}$	11$_{2}$	3$_{1}$	1$_{7}$		–	–
36 Kr.......	14 32$_{2}$	(1 90$_{4}$)	1 72$_{6}$	1 67$_{5}$	–	22$_{0}$	21$_{1}$	8$_{7}$		–	1$_{0}$		–	
35 Br.......	13 47$_{4}$		1 59$_{8}$	1 55$_{2}$	25$_{9}$	19$_{2}$	18$_{5}$	7$_{2}$		–	[7]		–	–

TABLEAU (*suite*).

	O_{I}.	$O_{II,III}$.	$O_{IV,V}$.		État chimique.	Calculs effectués à partir des références suivantes.
69 Tm..........	5_3	3_6	9	Tm		(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1953
68 Er...........	4_8	3_1	7	Er		(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1954
67 Ho..........	4_6	2_1	6	Ho		(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1953
66 Dy..........	6_3	2_5	5	Dy		(Siegbahn); G. Barrère, 1947
65 Tb..........	4_0	2_8	6	Tb		(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1953
64 Gd..........	3_7	2_3	6	Gd	oxydes, sauf exceptions indiquées dans le texte	(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1953
63 Eu..........	3_5	2_7	5	Eu		(Siegbahn); P. Sakellaridis, 1953
62 Sm..........	3_8	2_2	–	Sm		(Siegbahn); P. Callon, 1955
60 Nd..........	3_9	2_0	–	Nd		(Siegbahn); P. Callon, 1955
59 Pr..........	4_2	2_3	–	Pr		(Siegbahn)
58 Ce..........	4_4	2_6	–	Ce		(Siegbahn)
57 La..........	3_9	1_7	–	La		(Siegbahn)
56 Ba..........	3_9	1_9	–	Ba	: oxyde (BaO)	E. Ingelstam, 1936; G. Kellström et B. B. Ray, 1934
55 Cs..........	2_2	1_8	–	Cs	: sulfate (Cs_2SO_4)	E. Ingelstam, 1936; G. Kellström et B. B. Ray, 1934
54 Xe..........	–	–	–	Xe	: gaz	Y. Cauchois et H. Hulubei, 1933 *a*; G. Brogren, 1948
53 I............	1_7	[5]	–	I	iodure (Cu_2I_2) pour ém. *K* et *L*; iode pulv. pour abs. *L*	E. Ingelstam, 1936; (Siegbahn); P. Haglund, 1941
52 Te..........	1_2	[2]	–	Te	: métal pulv.	E. Ingelstam, 1936; A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
51 Sb..........	6	[2]	–	Sb	: métal	E. Ingelstam, 1936; A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
50 Sn..........	–	–	–	Sn	: métal	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
49 In..........	–	–	–	In	: métal	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
48 Cd..........	–	–	–	Cd	: métal	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
47 Ag..........	–	–	–	Ag	: métal	S. Elg, 1937; (Siegbahn); P. Haglund, 1941
46 Pd..........	–	–	–	Pd	: métal	S. Elg, 1937; A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
45 Rh..........	–	–	–	Rh	: métal	S. Elg. 1937; A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
44 Ru..........	–	–	–	Ru	: métal	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
42 Mo..........	–	–	–	Mo	: métal	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
41 Nb..........	–	–	–	Nb	: métal	(Siegbahn); P. Haglund, 1941
40 Zr..........	–	–	–	Zr	métal abs. ém. *L*, oxyde ZrO pour ém. *K*	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
39 Y..........	–	–	–	Y	: oxyde Y_2O_3	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
38 Sr..........	–	–	–	Sr	: oxyde SrO	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
37 Rb..........	–	–	–	Rb	métal ém. *K*, sulfate Rb_2SO_4 pour abs. et ém. *L*	(Siegbahn); A. Sandström, 1935; P. Haglund, 1941
36 Kr..........	–	–	–	Kr	: gaz	G. Brogren, 1948; Y. Cauchois et H. Hulubei, 1933, *b*
35 Br..........	–	–	–	Br	KBr pour abs. *K*, ém. $K\beta$ et ém. *L*, NaBr pour $K\alpha$	(Siegbahn); M. L. Allais, 1938

TABLEAU.

Énergie des « niveaux X » en eV.

	K.	L_I.	L_{II}.	L_{III}.	M_I.	M_{II}.	M_{III}.	$M_{IV,V}$.	N_I.	$N_{II,III}$.	N_{IV}.	N_V.
34 Se.........	$12\,65_1$	-	$1\,47_2$	$1\,43_1$	22_7	16_4	15_7	5_2	-	[1]	-	-
33 As.........	$11\,86_2$	$1\,52_9$	$1\,35_6$	$1\,32_0$	20_0	14_4	13_8	3_8	-	[0]	-	-
32 Ge.........	$11\,10_2$	-	$1\,24_8$	$1\,21_7$	18_0	12_6	12_2	2_9	-	[3]	-	-
31 Ga.........	$10\,36_7$	-	$1\,14_4$	$1\,11_7$	16_0	10_8	10_4	1_9	-	[2]	-	-
30 Zn.........	$9\,65_9$	$1\,19_7$	$1\,04_5$	$1\,02_2$	14_0	8_9		1_0	-	[3]	-	-
29 Cu.......	$8\,97_8$	$1\,10_0$	95_1	93_1	12_0	7_7	7_4	[2]	-	[2]	-	-
28 Ni.........	$8\,33_0$	$1\,00_8$	87_0	85_3	11_0	6_7		[2]	-	[3]	-	-
27 Co.........	$7\,70_7$	92_7	79_3	77_8	10_0	5_9		[1]	-	-	-	-
26 Fe.........	$7\,11_0$	84_1	72_0	70_7	9_3	5_3		[2]	-	-	-	-
25 Mn.........	$6\,53_6$	75_2	65_0	63_9	8_2	4_7		[2]	-	-	-	-
24 Cr.........	$5\,98_8$	68_0	58_3	57_4	7_3	4_2		[2[	-	-	-	-
23 V..........	$5\,46_3$	-	51_9	51_1	6_5	3_6		[1]	-	-	-	-
22 Ti.........	$4\,96_4$	-	45_9	45_3	5_8	3_3		[1]	-	-	-	-
21 Sc.........	$4\,49_6$	-	41_1	40_6	5_8	3_6		[10]	-	-	-	-
20 Ca.........	$4\,03_7$	-	35_0	34_6	4_4	2_5		[5]	-	-	-	-
19 K..........	$3\,60_7$	·	29_7	29_4	3_4	1_8		[5]	-	-	-	-
18 A	$3\,20_2$	-	24_7	24_5	2_7	1_2		-	-	-	-	-
17 Cl.........	$2\,81_9$	-	19_9	19_7	1_4	[4]		-	-	-	·	-
16 S..........	$2\,47_0$	·	16_4	16_3	1_5	[7]		-	-	-	-	-
15 P..........	$2\,14_2$	-	12_8		-	[6]		-	-	-	-	-
14 Si.........	$1\,83_8$	-	9_9	9_8	·	[6]		-	-	-	-	-
13 Al.........	$1\,55_9$	(11_7)	7_3	7_2	-	[6]		-	-	-	-	-
12 Mg.........	$1\,30_3$	(6_3)	1_9		·	[6]		-	-	-	-	-
11 Na.........	$1\,06_1$	-	3_1		-	[4]		-	-	-	-	-
10 Ne.........	86_7	-	1_9		-	$[1_0]$		-	-	-	-	-
8 O..........	53_2	-	[9]		-	-		-	-	-	-	-

TABLEAU (*suite*).

	O_I.	$O_{II,III}$.	$O_{IV,V}$.	État chimique.	Calculs effectués à partir des références suivantes :
34 Se...........	–	–	–	Se : métal	Y. Cauchois et H. Hulubei, 1941; (Siegbahn); M. L. Allais, 1938
33 As...........	–	–	–	As { métal sauf As_2O_3 pour $K\alpha$ }	Y. Cauchois et H. Hulubei, 1941; (Siegbahn); M. L. Allais, 1938
32 Ge...........	–	–	–	Ge : métal	Y. Cauchois et H. Hulubei, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw 1935; H. Hulubei, 1937; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
31 Ga...........	–	–	–	Ga : métal	Y. Cauchois et H. Hulubei, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; H. Hulubei, 1937; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
30 Zn...........	–	–	–	Zn : métal	Y. Cauchois et I. Manescu, non publié; J. A. Bearden, C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
29 Cu...........	–	–	–	Cu : métal	Y. Cauchois et I. Manescu, 1950; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; (Siegbahn); F. Tyren, 1937; R. B. Witmer et J. M. Cork, 1932
28 Ni...........	–	–	–	Ni : métal	Y. Cauchois et I. Manescu, 1950; J. A. Bearden et C. H. Shaw; 1935; F. Tyren, 1937; R. B. Witmer et J. M. Cork, 1932; (Siegbahn)
27 Co...........	–	–	–	Co : métal	Y. Cauchois et I. Manescu, non publié; J. A Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
26 Fe...........	–	–	–	Fe : métal	V. H. Sanner, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
25 Mn...........	–	–	–	Mn : métal	V. H. Sanner, 1941, J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
24 Cr...........	–	–	–	Cr : métal	V. H. Sanner, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
23 V...........	–	–	–	V : métal	V. H. Sanner, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937; (Siegbahn)
22 Ti...........	–	–	–	Ti : métal	V. H. Sanner, 1941; J. A. Bearden et C. H. Shaw, 1935; F. Tyren, 1937
21 Sc...........	–	–	–	Sc : métal	(Siegbahn); F. Tyren, 1937
20 Ca...........	–	–	–	Ca : métal	V. H. Sanner, 1941; (Siegbahn); F. Tyren, 1937
19 K...........	–	–	–	K : métal	V. H. Sanner, 1941; (Siegbahn); F. Tyren, 1937
18 A...........	–	–	–	A : gaz	G. Brogren, 1948; A. Lindh et A. Nilsson, 1944; M. Backovsky et V. Dolejsek, 1935
17 Cl...........	–	–	–	Cl : gaz	A. Lindh et A. Nilsson, 1943; J. Shearer, 1936; (Siegbahn); M. Siegbahn et T. Magnusson, 1935
16 S...........	–	–	–	S : élément	G. Brogren, 1945; J. Shearer, 1936; J. A. Prins et A. J. Takens, 1932
15 P...........	–	–	–	P : P rouge	(Siegbahn)
14 Si...........	–	–	–	Si : métal	(Siegbahn); H. K'Son et Flemberg, 1935; R B. Witmer et J. M. Cork, 1932
13 Al...........	–	–	–	Al : métal	A. Sandström, 1935; Y. Cauchois, 1945; (Siegbahn)
12 Mg...........	–	–	–	Mg : métal	A. Sandström, 1935; (Siegbahn)
11 Na...........	–	–	–	Na { métal pour abs. K NaF pulv. pour ém. K }	K. C. Rule, 1944; (Siegbahn)
10 Ne...........	–	–	–	Ne : gaz	G. Brogren, 1948; V. Kunzl, M. Svobodova et Juanelli, 1946
8 O...........	–	–	–	O { gaz pour abs. K; SiO_2 pulv. pour ém. K }	T. Magnusson, 1938; (Siegbahn)

Tableau.

Énergie des « niveaux X » *en* eV.

	K.	L_I.	$L_{II, III}$.	M_I.	M_{II}.	M_{III}.	$M_{IV, V}$.	N_I.	$N_{II, III}$.	N_{IV}.	N_V.
7 N..........	40_0	–	[8]	–	–		–	–	–	–	–
6 C..........	28_4	–	[2]	–	–		–	–	–	–	–
5 B..........	18_8	–	[3]	–	–		–	–	–	–	–
4 Be..........	11_2	–	[2]	–	–		–	–	–	–	–
3 Li..........	5_5	–	[3]	–	–		–	–	–	–	–

BIBLIOGRAPHIE POUR LE TABLEAU.

Allais M. L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1938, **207**, 450.
Backovsky M. et Dolejsek V. — *Nature*, 1935, **136**, 643.
Barrère G. — *J. Physique Rad.*, 8e série, 1947, **8**, 72.
Bearden J. A. et Shaw C. H. — *Phys. Rev.*, 1935, **48**, 18.
Brogren G. — *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1945, **31** *A*, n° 23.
Brogren G. — *Nova Acta Reg. Soc. Sc.*, Upsal, 4e série, 1948, **14**, n° 4.
Callon P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 615 et 854.
Cauchois Y. et Hulubei H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933 *a*, **197**, 644; 1933 *b*, **197**, 681.
Cauchois Y. et Hulubei H. — *Disq. Mat. Phys.*, 1941, **1**, 467.
Cauchois Y. et Manesco I. — *J. Chim. Phys.*, 1950, **47**, 892.
Cauchois Y. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **221**, 25.
Elg S. — *Z. Physik*, 1937, **106**, 315.
Haglund P. — *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1941, **28** *A*, n° 8, 1.
Hautot A. et Serpe J. — *J. Physique Rad.*, 1937, **8**, 175.
Ingelstam E. — *Nova Acta Reg. Soc. Sc.*, Upsal, 1936, **4**, n° 5.
Kellström G. et Ray B. B. — *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1934, **24** *B*, n° 13.

probablement plus précis; nous l'avons donc adopté. Pour le potassium (19), toutefois, $L\alpha$ n'est pas connue : la valeur de $M_{IV,V}$ provient de $K\beta_5$.

On remarquera que les données numériques retenues dans ce travail proviennent soit de publications récentes, soit de publications déjà choisies dans nos Tables sélectionnées de Longueurs d'onde (1947) et postérieures à 1931. Dans tous ces cas, nous avons cité la bibliographie originale. Dans d'autres cas, il n'existe pas, à notre connaissance, de travaux postérieurs à ceux cités par Siegbahn dans son Traité de 1931. Nous avons alors retenu le choix bibliographique effectué par M. Siegbahn et indiqué simplement, dans la dernière colonne de notre tableau, la mention : (Siegbahn). Dans quelques cas, Siegbahn rapporte une longueur d'onde très légèrement différente de celle de l'auteur cité, en particulier pour Thoraeus [5]. Nous avons toujours tenu compte de la nature de l'unité de longueur d'onde adoptée, explicitement ou implicitement, dans les travaux retenus. Nos calculs ont été effectués à l'aide d'un facteur de conversion des kX (en Å) égal à $1{,}0020_2$, valeur préconisée par l'Union Internationale de Cristallographie. Pour tous les procédés de *calcul numérique*, on se reportera à nos Tables sélectionnées et à la publication (I).

Lorsque le manuscrit de l'article (I) était à l'impression, R. D. Hill nous a communiqué, avant publication, une liste de valeurs des niveaux d'énergie atomiques basée sur les données spectroscopiques retenues par M. Siegbahn en 1931. Après échange de lettres et communication de notre manuscrit à R. D. Hill, celui-ci a donné un article sur ces questions, accompagné de sa liste de valeurs [6]. L'avantage de cette liste était qu'elle couvre l'ensemble du tableau périodique. Mais nous croyons que l'article (I) et le présent article qui le complète apportent des valeurs plus précises, en un ensemble plus homogène, que toute compilation à partir du choix effectué autrefois par Siegbahn, puisqu'elles tiennent compte de nombreux travaux ultérieurs. On remarquera cependant qu'en général la divergence entre nos valeurs et celles de Hill et al. reste dans la limite probable de l'erreur indiquée par ceux-ci.

Nos tableaux présentent l'intérêt nouveau de bien préciser pour chaque élément à quel état chimique se réfèrent les niveaux indiqués. Ils permettent donc, en principe, de calculer les énergies d'extraction des électrons à partir des différentes couches internes de l'atome sous l'état chimique en question, pourvu que certaines énergies, relativement petites, soient par ailleurs connues. Pour les métaux de numéro atomique supérieur à $Z = 39$, par exemple si la surface de la distribution de Fermi a la symétrie p, l'énergie nécessaire pour extraire l'électron d'un niveau quelconque et le transférer sans vitesse dans le vide, est égale à la somme de l'énergie donnée pour ce niveau dans l'un de nos tableaux et du potentiel de Richardson (work function). Cette énergie supplémentaire d'extraction correspondant au potentiel de Richardson, quoique souvent très faible en valeur relative, est loin d'être

TABLEAU (*suite*).

	O_I.	$O_{II,III}$.	$O_{IV,V}$.	État chimique.	Calculs effectués à partir des références suivantes :
7 N.	–	–	–	N { gaz pour abs. *K*; NB pour ém. *K*	T. Magnusson, 1938; (Siegbahn)
6 C.	–	–	–	C : graphite	T. Magnusson, 1938; R. B. Witmer et J. M. Cork, 1932
5 B.	–	–	–	B : BN	M. Siegbahn et T. Magnusson, 1934; A. Hautot et J. Serpe, 1937
4 Be.	–	–	–	Be : métal	M. Siegbahn et T. Magnusson, 1934
3 Li.	–	–	–	Li : métal	H. W. B. Skinner et J. E. Johnston, 1937; M. Siegbahn et T. Magnusson, 1934

BIBLIOGRAPHIE POUR LE TABLEAU (*suite*).

K'SON FLEMBERG H. — *Z. Physik*, 1935, **96**, 167.
KUNZL V., SVOBODOVA M. et JUANELLI. — *Bull. Intern. Acad. Tchèque Sc.*, 1946, p. 91.
LINDH A. et NILSSON A. — *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1943, **29** *A*, n° 28; et 1944, **31** *A*, n° 11.
MAGNUSSON T. — *Nova Acta Reg. Soc. Sc.*, Upsal, 4e série, 1938, **11**, n° 3.
PRINS J. A. et TAKENS A. J. — *Z. Physik*, 1932, **77**, 795.
RULE K. C. — *Phys. Rev.*, 1944, **66**, 199.
SAKELLARIDIS P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1767; et 1954, **238**, 2296.
SANDSTRÖM A. — *Nova Acta Reg. Soc. Sc.*, Upsal, 4e série 1935, **9**, n° 11.
SANNER V. H. — Dissertation, Upsal, 1941.
SHEARER J. — *Phil. Mag.*, 1936, **21**, 501.
SIEGBAHN M. et MAGNUSSON T. — *Z. Physik*, 1934, **87**, 291.
SKINNER H. W. B. et JOHNSTON J. E. — *Proc. Roy. Soc.*, 1937, **161**, 420.
TYREN F. — *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1937, **25** *A*, n° 32.
WITMER R. B. et CORK J. M. — *Phys. Rev.*, 1932, **42**, 743.

négligeable par rapport à la précision des données de nos tableaux. Dans bien des cas, cependant, par exemple en spectroscopie β, cette énergie supplémentaire s'élimine, parce que l'on calcule l'énergie de transitions qui s'obtiennent immédiatement par différence entre les nombres de nos tableaux. L'état chimique doit se faire sentir sur ces différences; mais les études faites sur les modifications des émissions X dues à la liaison de l'atome montrent que son influence demeure faible sur celles-ci quoiqu'elle soit importante sur les discontinuités d'absorption.

Les valeurs présentées ne peuvent prendre tout leur sens aussi longtemps que nous n'avons pas clairement compris les mécanismes de l'émission et de l'absorption X caractéristiques des atomes en particulier lorsqu'ils se trouvent à l'état métallique. Dans (I) (*fig.* 4) nous rappelions les schémas habituels qui les représentent et nous résumions, de plus, les points de vue plus originaux aboutissant à des schématisations nouvelles. La figure 6 de l'article (I) montre comment J. Friedel [7] représente l'absorption *K* du lithium. On y voit deux modifications par rapport à la représentation classique de la figure 4 : le déplacement du niveau *K* ionisé par rapport au niveau *K* à deux électrons; la contribution de niveaux étroits, liés à l'atome, sous la bande de conductibilité. L'accord presque quantitatif obtenu par Friedel pour le lithium et d'autres métaux légers [8], encouragerait à retenir cette représentation nouvelle qui permet des recoupements plus directs avec les données que fournit la spectroscopie optique pour les atomes libres. Mais peut-elle être généralisée à tous les éléments métalliques ? Cela semble difficile. Son auteur lui-même a dû l'abandonner au bénéfice de la représentation ordinaire afin d'expliquer ce que l'on appelle l'anomalie $M_{IV,V}$, pour les éléments lourds [9]. Il semble que l'on puisse admettre pour l'absorption X, une espèce de compétition entre deux mécanismes, de probabilités relatives variables avec le numéro

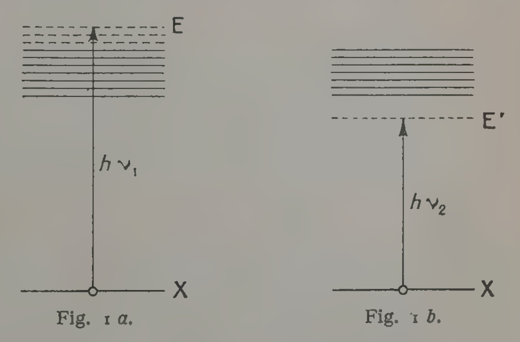


Fig. 1 *a*. Fig. 1 *b*.

atomique et la symétrie des états en jeu. Dans l'un, la fréquence d'absorption nous serait donnée par la longueur de la flèche $h\nu_1$ (*fig.* 1 *a*) dans l'autre par la longueur de la flèche $h\nu_2$ (*fig.* 1 *b*), le niveau *E'* lié à l'atome dû à la lacune X donnant alors la fréquence d'absorption. Le schéma 1 *a* resterait applicable aux structures d'absorption dites structures de Kronig.

On peut se réjouir que les théoriciens se penchent sur ces problèmes, mais l'état actuel de leurs tra-

vaux laisse quelque obscurité quant au sens de données comme celles présentées ici.

Leur importance pratique évidente, en Physique atomique et en Spectroscopie corpusculaire entre autres, en justifie cependant la publication.

Un intérêt particulier s'attache à la connaissance rigoureuse et étendue des niveaux d'énergie ainsi calculés depuis que le travail original de Schawlow et Townes [10] a montré leur application au calcul des rayons nucléaires. Le fait que les rayons ainsi calculés se différencient de ceux calculés par diverses autres méthodes ouvre la voie à des études nouvelles.

Je remercie très vivement Mlle I. Manesco pour l'aide qu'elle m'a apportée dans l'établissement du tableau.

Manuscrit reçu le 30 juillet 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Cauchois Y. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 113.
[2] Siegbahn M. — Specktroskopie der Röntgenstrahlen, 2te Aufl., 1931.
[3] Cauchois Y. et Hulubei H. — Tables de Constantes et données numériques. I. Longueurs d'onde des émissions X et des discontinuités d'absorption X, Paris, 1947.
[4] Parratt L. G. — *Phys. Rev.*, 1938, **54**, 99.
[5] Thoraeus R. — *Phys. Rev.*, 1926, **7**, 1007.
[6] Hill R. D., Church E. L. et Mihelich J. W. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 523.
[7] Friedel J. — *Phil. Mag.*, 7e série, 1952, **43**, 153.
[8] Friedel J. — *Thèse*, Paris, 1953.
[9] Friedel J. — *Proc. Phys. Soc.*, 1953, **66***A*, 333.
[10] Schawlow A. L. et Townes C. H. — *Science*, 1952, **115**, 284.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, AVRIL 1955, PAGE 262.

L'HYPOTHÈSE DE LA POLARISATION DU VIDE EN ÉLECTROMAGNÉTISME CLASSIQUE

Par Émile DURAND,
Faculté des Sciences de Toulouse, Physique théorique.

Sommaire. — On montre qu'il est possible de considérer le vide comme un milieu polarisé. En tout point où le champ électrique est $\vec{E}$ et l'induction magnétique $\vec{B}$, les densités de polarisation électrique $\vec{P}$ et magnétique $\vec{M}$ ont pour expression

$$\vec{P} = -\varepsilon_0 \vec{E}, \qquad \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Dans les milieux matériels isotropes, on remplace simplement ε_0, μ_0 par ε, μ.

On est ainsi conduit à une formulation un peu différente de l'électromagnétisme sans modifier en rien les grandeurs mesurables. En particulier, on est amené à définir un potentiel de polarisation pour une charge ponctuelle au repos ou en mouvement, pour un courant linéaire, etc. et ces potentiels ont un véritable sens physique. Ce ne sont pas de simples artifices de calcul, comme le feuillet polarisé normalement ou la courbe polarisée longitudinalement, qui ont été étudiés ailleurs par l'auteur [1], [2].

1. Rappel des formules concernant la polarisation des milieux matériels [3]. — Considérons un volume v polarisé, limité par une surface S, dans lequel n'existe ni charges ni courants. Ce milieu est caractérisé par une densité de polarisation électrique $\vec{P}(x, y, z, t)$ et une densité de polarisation magnétique $\vec{M}(x, y, z, t)$. Les potentiels de polarisation électrique et magnétique sont définis par les expressions

$$\left.\begin{aligned} \vec{\Pi} &= \frac{1}{4\pi}\int_v \left[\vec{P}\right]\frac{\mathrm{d}v}{r}, \\ \vec{\Theta} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \left[\vec{M}\right]\frac{\mathrm{d}v}{r}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

où les crochets désignent les fonctions prises au temps retardé $t - \frac{r}{c}$. Ces densités $\vec{P}$ et $\vec{M}$ sont définies à partir des charges et des courants électriques; on peut aussi considérer les densités $\vec{M}^*$ et $\vec{P}^*$ définies à partir des charges et courants magnétiques, qui sont reliées aux précédentes par les relations

$$\vec{M}^* = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}, \qquad \vec{P}^* = \mu_0 \vec{M}.$$

Ces potentiels de polarisation servent à définir les potentiels et antipotentiels classiques par les

expressions

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \mu_0\, \partial_t \vec{\Pi} + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{\Theta}, & \vec{A}^* &= \varepsilon_0\, \partial_t \vec{\Theta} - \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{\Pi}, \\ \varepsilon_0 V &= -\operatorname{div} \vec{\Pi}; & \mu_0 V^* &= -\operatorname{div} \vec{\Theta}. \end{aligned} \quad (2)$$

En portant (1) dans (2) et en transformant certaines intégrales de volume en intégrales de surface, on obtient

$$\left.\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\int_v \left[\vec{i}'\right]\frac{\mathrm{d}v}{r} + \int_v \left[\vec{k}'\right]\frac{\mathrm{d}S}{r}\right\}, \\ V &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\int_v [\rho']\,\frac{\mathrm{d}v}{r} + \int_v [\sigma']\,\frac{\mathrm{d}S}{r}\right\}, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{A}^* &= \frac{\varepsilon_0}{4\pi}\left\{\int_v \left[\vec{i}^*\right]\frac{\mathrm{d}v}{r} + \int_v \left[\vec{k}^*\right]\frac{\mathrm{d}S}{r}\right\}, \\ V^* &= \frac{1}{4\pi\mu_0}\left\{\int_v [\rho^*]\,\frac{\mathrm{d}v}{r} + \int_v [\sigma^*]\,\frac{\mathrm{d}S}{r}\right\}, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

à condition de poser

$$\left.\begin{aligned} \vec{i}' &= \partial_t \vec{P} + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{M}, \\ \rho' &= -\operatorname{div} \vec{P}, \\ \vec{k}' &= -\left[\vec{n} \times \vec{M}\right], \\ \sigma' &= \left(\vec{n}.\vec{P}\right); \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{i}^* &= \mu_0\, \partial_t \vec{M} - \varepsilon_0^{-1}\, \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{P} = \partial_t \vec{P}^* - \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{M}^*, \\ \rho^* &= -\mu_0 \operatorname{div} \vec{M} = -\operatorname{div} P^* \\ \vec{k}^* &= \varepsilon_0^{-1}\left[\vec{n} \times \vec{P}\right] = \left[\vec{n} \times \vec{M}^*\right], \\ \sigma^* &= \mu_0\left(\vec{n}.\vec{M}\right) = \left(\vec{n}.\vec{P}^*\right). \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

On définit ainsi les densités fictives de courants-charges électriques et magnétiques.

Des définitions (1) et (2), on en déduit les relations

$$\left.\begin{aligned} \left.\begin{matrix}1\\1/2\\0\end{matrix}\right\}\mu_0 \vec{M} &= \mu_0\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V^* + \partial_t \vec{A}^*\right) + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}, \\ \left.\begin{matrix}1\\1/2\\0\end{matrix}\right\}\quad \vec{P} &= \varepsilon_0\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V + \partial_t \vec{A}\right) - \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}^*. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Les champs et les inductions sont définis à partir des potentiels et antipotentiels par [1]

$$\left.\begin{aligned} \vec{E} &= -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V - \partial_t \vec{A}, \\ \vec{B} &= \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}; \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{B}^* &= -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}^*, \\ \vec{E}^* &= -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V^* - \partial_t \vec{A}^*. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

[1] On désigne par $\vec{B}^*$ et $\vec{E}^*$ l'induction électrique et le champ magnétique qui sont habituellement représentés par les lettres $\vec{D}$ et $\vec{H}$. De cette manière toutes les grandeurs associées aux masses magnétiques sont affectées d'un astérique et l'on a la correspondance $\vec{P} \to \vec{P}^*$, $\vec{M} \to \vec{M}^*$, $\vec{E} \to \vec{E}^*$, $\vec{B} \to \vec{B}^*$, ...

En portant ces expressions (8), (9) dans (7), on trouve les relations classiques

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{E}^* + \vec{M}\left\{\begin{matrix}1\\1/2\\0\end{matrix}\right.\right), \qquad \vec{E} = \varepsilon_0^{-1}\left(\vec{B}^* - \vec{P}\left\{\begin{matrix}1\\1/2\\0\end{matrix}\right.\right). \quad (10)$$

De (8), (9) on en déduit que l'on a identiquement

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\vec{E} + \partial_t \vec{B} &= 0, & \mathrm{rot}\,\vec{E}^* - \partial_t \vec{B}^* &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; & \operatorname{div} \vec{B}^* &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Ce sont les équations de Maxwell. Si l'on ne conserve que les deux vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$, elles s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\vec{E} + \partial_t \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{B} - \varepsilon_0\mu_0\, \partial_t \vec{E} &= \mu_0\, \vec{i}', \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho'}{\varepsilon_0}, \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

et si l'on ne conserve que les deux vecteurs $\vec{B}^*$, $\vec{E}^*$, elles prennent la forme

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{B}^* + \varepsilon_0\mu_0\, \partial_t \vec{E}^* &= -\varepsilon_0\, \vec{i}^*, \\ \operatorname{div} E^* &= \frac{\rho^*}{\mu_0}; \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{E}^* - \partial_t \vec{B}^* &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B}^* &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

2. **L'hypothèse de la polarisation du vide en l'absence de polarisation matérielle.** — Dans ce cas, on a

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{E}^*, \qquad \varepsilon_0 \vec{E} = \vec{B}^* \quad (14)$$

et les équations de Maxwell s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\vec{E} + \partial_t \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{B} - \varepsilon_0\mu_0\, \partial_t \vec{E} &= \mu_0\, \vec{i}, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Les densités singulières (ponctuelles, linéaires, superficielles) n'apparaissent pas dans les équations de Maxwell, à moins qu'elles ne figurent aussi dans $\vec{i}$, ... Mais elles se manifestent par des valeurs infinies ou des dicontinuités du champ. Par exemple, dans le cas des distributions superficielles, elles apparaissent dans les conditions aux limites

$$\vec{B}_{(+)} - \vec{B}_{(-)} = \mu_0\left[\vec{k} \times \vec{n}\right], \qquad \vec{E}_{(+)} - \vec{E}_{(-)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, \vec{n}, \quad (16)$$

$\vec{n}$ étant le vecteur unitaire de la normale positive à la surface.

Les potentiels correspondant aux distributions volumiques s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \left[\vec{i}\right]\frac{\mathrm{d}v}{r}, \qquad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_v [\rho]\frac{\mathrm{d}v}{r}, \\ \vec{A}^* &= V^* = 0 \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

et ceux des distributions superficielles ont pour expressions

$$\left.\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_S \left[\vec{k}\right]\frac{\mathrm{d}S}{r}, \qquad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S [\sigma]\frac{\mathrm{d}S}{r}, \\ \vec{A}^* &= V^* = 0. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

On aurait des expressions analogues pour des distributions linéaires et ponctuelles. Les vecteurs de champ obéissant à (15), (16) se déduisent de (17), (18) par les expressions (8), (9).

Nous allons montrer que, dans ces conditions, il est possible de considérer le vide ou les régions où se trouvent les charges, comme un milieu polarisé dont les densités de polarisation sont

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{E}^*, \qquad \vec{P} = -\varepsilon_0\vec{E} = -\vec{B}^*. \quad (19)$$

En effet, les potentiels de polarisation (1) s'écrivent alors

$$\vec{\Pi} = -\frac{\varepsilon_0}{4\pi}\int_v \left[\vec{E}\right]\frac{\mathrm{d}v}{r}, \qquad \vec{\Theta} = \frac{1}{4\pi}\int_v \left[\vec{B}\right]\frac{\mathrm{d}v}{r}. \quad (20)$$

Les définitions (2) des potentiels et antipotentiels donnent alors (17) en vertu de (15), (16). En d'autres termes, les charges fictives de polarisation du vide coïncident avec les charges-courants vrais.

S'il n'y a que des distributions volumiques, le champ est continu dans tout l'espace jusqu'à l'infini où les intégrales de surface s'annulent [form. (3) et (4)]. S'il y a des distributions superficielles, les intégrales de surface de (3), (4) subsistent et coïncident avec (18), d'après (16).

Il faut bien noter que les formules (7) prennent une signification différente dans la théorie de la polarisation du vide; elles deviennent la définition des vecteurs de champ à partir des vecteurs potentiels, soit

$$\left.\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V^* + \partial_t \vec{A}^*\right) + \mathrm{rot}\,\vec{A}, \\ \vec{E} &= -\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V + \partial_t \vec{A}\right) + \varepsilon_0^{-1}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}^*. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Mais comme les antipotentiels sont nuls, en vertu de (15), cela se réduit à (8). On a toujours 1 au lieu de 1, 1/2, 0 puisque le volume v comprend tout l'espace. On change aussi la signification des équations (5) qui s'identifient avec les équations de Maxwell, puisque les courants fictifs s'identifient avec les courants vrais. Les définitions (8), (9) deviennent inutiles puisqu'elles sont remplacées par les expressions (21) plus générales. Les relations (10) ne sont plus valables puisqu'elles sont remplacées par (19).

Remarque. — La nullité des antipotentiels $\vec{V}^*$, $\vec{A}^*$ est due à l'absence de second membre dans (15) et à l'absence des intégrales de surface puisque le volume v comprenait tout l'espace.

Cependant, on est parfois amené à considérer un volume fini où règne un champ $\vec{E}$, $\vec{B}$. Les antipotentiels sont alors différents de zéro à cause des intégrales de surface de (4).

Dans ce cas il faut aussi rétablir 1, 1/2, 0 au premier membre de (21) suivant que l'on est dans v, sur la surface S qui le limite, ou en dehors de v. On consultera à ce sujet une Note de l'auteur [4] qui peut être interprétée dans la théorie de la polarisation du vide, en disant que les champs sont nuls en dehors de v. En général ceci ne correspond pas à la réalité et constitue un simple artifice de calcul. Quand le champ est effectivement nul en dehors de v, les antipotentiels sont toujours nuls. Exemples : 1° Espace compris entre deux sphères concentriques conductrices portant des charges égales et opposées; $\vec{k}^* = 0$, car $[\vec{n}\times\vec{E}] = 0$, le champ étant normal aux deux surfaces sphériques qui limitent le domaine; 2° Courant rectiligne d'intensité I entouré d'un courant en sens inverse circulant sur la surface d'un cylindre coaxial et d'intensité totale $-I$. L'induction $\vec{B}$ est nulle à l'extérieur du cylindre, mais $\sigma^* = (\vec{n}.\vec{B}) = 0$, car $\vec{B}$ est tangent à la surface cylindrique.

3. **L'hypothèse de la polarisation du vide en présence de polarisation matérielle.** — En l'absence de polarisation matérielle, les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$ ne différaient des vecteurs $\vec{D}^*$, $\vec{H}^*$ que par un facteur multiplicatif constant et les deux définitions (19) de $\vec{M}$, $\vec{P}$ étaient identiques. Il n'en est plus de même en présence de polarisation matérielle et l'on a deux possibilités suivant que l'on utilise les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$ ou les vecteurs $\vec{B}^*$, $\vec{E}^*$ pour décrire les phénomènes.

1° Emploi des vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$. — Les équations de Maxwell s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} + \partial_t\vec{B} &= 0, \\ \mathrm{div}\,\vec{B} &= 0; \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} - \varepsilon_0\mu_0\,\partial_t\vec{E} &= \mu_0\left(\vec{i} + \vec{i}'\right), \\ \mathrm{div}\,\vec{E} &= \varepsilon_0^{-1}(\rho + \rho'); \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

$\vec{i}$, ρ sont les densités vraies et $\vec{i}'$, ρ' sont les densités fictives de courants-charges données *a priori* (polarisation rigide, par exemple).

Ces équations (22), (23) ne sont pas essentiellement différentes de (15), (16). On a donc une solution en supposant que tout l'espace (espace vide, régions contenant les charges, régions contenant la polarisation matérielle) est polarisée, avec

$$\vec{P} = -\varepsilon_0 \vec{E}, \qquad \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \tag{23}$$

Les formules (20), (2), (21) sont encore valables et donnent la solution cherchée. On a encore $V^* = \vec{A}^* = 0$ et

$$\Box \vec{A} = \mu_0 (\vec{i} + \vec{i}'), \qquad \Box V = \varepsilon_0^{-1} (\rho + \rho'). \tag{24}$$

Éventuellement avec un volume artificiellement limité, au lieu de $V^* = \vec{A}^* = 0$, on aurait les relations moins restrictives

$$\Box A^* = 0, \qquad \Box V^* = 0. \tag{25}$$

2° Emploi des vecteurs $\vec{B}^*$, $\vec{E}^*$. — Avec ces vecteurs les équations de Maxwell s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{E}^* - \partial_t \vec{B}^* &= \vec{i}, \\ \mathrm{div}\, \vec{B}^* &= \rho; \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{B}^* + \varepsilon_0 \mu_0\, \partial_t \vec{E}^* &= -\varepsilon_0 \vec{i}^*, \\ \mathrm{div}\, \vec{E}^* &= \frac{\rho^*}{\mu_0}. \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

On obtient une solution de ces équations en admettant qu'en tout point de l'espace on a une densité de polarisation, $\vec{P}$, $\vec{M}$, égale à

$$\vec{P} = -\vec{B}^*, \qquad \vec{M} = \vec{E}^*. \tag{27}$$

D'après (1), les potentiels de polarisation $\vec{\Pi}$, $\vec{\Theta}$ s'écrivent

$$\vec{\Pi} = -\frac{1}{4\pi} \iiint [\vec{B}^*] \frac{dv}{r}, \qquad \vec{\Theta} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint [\vec{E}^*] \frac{dv}{r}, \tag{28}$$

les intégrales de volume étant étendues à tout l'espace. Les potentiels et antipotentiels sont toujours définis par (2) et la relation (7) s'écrit

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}^* &= \quad (\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V^* + \partial_t \vec{A}^*) + \mu_0^{-1}\, \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}, \\ \vec{B}^* &= -\varepsilon_0 (\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V + \partial_t \vec{A}) + \quad \mathrm{rot}\, \vec{A}^*. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

C'est la définition des vecteurs de champ à partir des vecteurs potentiels. Avec ces champs (29), les équations (26), (27) sont identiquement satisfaites.

Dans les milieux isotropes, on a

$$\vec{B}^* = \varepsilon \vec{E}, \qquad \vec{E}^* = \frac{\vec{B}}{\mu} \tag{30}$$

et dans le cas du vide $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, ce qui redonne (19). En portant (30) dans (27) on voit que l'on a

$$\vec{P} = -\varepsilon \vec{E}, \qquad \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu}. \tag{31}$$

Dans l'ancienne conception où seule la matière était polarisée, on avait, au lieu de (31)

$$\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E}, \qquad \vec{M} = \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu}\right) \vec{B} \tag{32}$$

et en faisant $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, dans (32), on avait bien $\vec{P} = \vec{M} = 0$ alors qu'avec (31) le vide est aussi un milieu polarisé.

Dans les substances anisotropes (31), se généralise de la manière suivante

$$P_u = -\varepsilon_{uv} E^v, \qquad M_u = \nu_{uv} B^v. \tag{33}$$

les ν_{uv} étant les réciproques des éléments du tenseur de perméabilité μ_{uv}.

4. Ce qu'apporte de nouveau la théorie de polarisation du vide. — On pourrait ne pas interpréter les formules précédentes en faisant du vide un milieu polarisé. Il suffirait de dire que les formules (20) et (28) jointes à la définition (2) des potentiels et antipotentiels donne la solution des équations (22), (23) ou des équations (26), (27).

Les solutions sont valables dans un volume v ou dans tout l'espace suivant que les intégrales (20) ou (28) sont étendues à un volume v ou à tout l'espace. Du point de vue purement mathématique, toutes les formules précédentes reposent sur l'identité suivante [5]

$$\left.\begin{matrix} 1 \\ 1/2 \\ 0 \end{matrix}\right\} \psi(x, y, z, vt) = \{ v^{-2} \partial_t^2 - \Delta \} \times \int_v \psi(\xi, \eta, \zeta, vt - r) \frac{d\xi\, d\eta\, d\zeta}{4\pi r}, \tag{34}$$

où ψ est une fonction quelconque. On a 1, 1/2, 0 suivant que le point x, y, z est à l'intérieur de v, sur la surface S qui le limite ou en dehors de v.

Les formules telles que (31) donnent une interprétation physique de cette identité et conduisent à une théorie du champ qui se présente de la même manière dans le vide et dans les milieux matériels. C'est ainsi que l'on est amené à définir dans les deux cas un potentiel de polarisation ayant un véritable sens physique. Dans les paragraphes suivants nous

allons calculer ce potentiel pour une charge ponctuelle et pour un courant linéaire, et l'on sait que ces éléments de base servent à construire tous les autres systèmes.

Il ne faut pas confondre ces potentiels qui ont la symétrie de la source considérée avec les potentiels de polarisation que l'auteur a donné dans deux autres publications [1], [2]. Les potentiels de ces publications n'étaient pas, en fait, les potentiels de polarisation de la charge ponctuelle ou du courant linéaire, mais les potentiels de polarisation du système associé (courbe polarisée longitudinalement et issue de la charge; feuillet polarisé normalement et s'appuyant sur le courant); ils ne constituaient donc que des artifices de calcul.

Enfin l'hypothèse de la polarisation du vide a comme conséquence immédiate la nullité de la charge totale de l'Univers. Cette hypothèse s'impose avec moins de force dans l'ancienne conception, quoique l'on admette implicitement que les lignes de force issues d'une charge ponctuelle sont neutralisées par des charges situées sur la sphère concentrique de rayon infini.

5. **Potentiel de polarisation d'une charge ponctuelle q au repos (électrostatique).** — Il

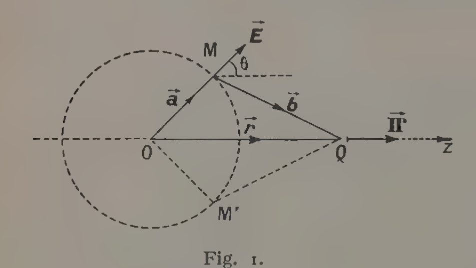


Fig. 1.

est donné par (20) où le champ $\vec{E}$ est le champ électrique d'une charge ponctuelle q placée en O (*fig.* 1). Au point M, à une distance a de O, ce champ est égal à

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{a}}{a^3}. \tag{35}$$

Si l'on calcule le potentiel de polarisation $\vec{\Pi}$ au point Q, à une distance b de M et à une distance r de O, on voit, par raison de symétrie, que seule intervient la composante de E suivant Oz; $\vec{\Pi}$ est donc dirigé suivant Oz et l'on a

$$\Pi_z = -\frac{\varepsilon_0}{4\pi}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\frac{\cos\theta}{a^2}\frac{\mathrm{d}v}{b}, \tag{36}$$

l'intégrale étant étendue à tout l'espace. On a les relations

$$b^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta, \qquad \text{d'où} \qquad b\,\mathrm{d}b = \frac{r}{2\pi a}\mathrm{d}S \tag{37}$$

en désignant par dS l'élément d'aire de la sphère de rayon a, soit

$$\mathrm{d}S = 2\pi a^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta.$$

En portant les expressions (37) dans (36), il vient

$$\begin{aligned}\Pi_z &= -\frac{q}{16\pi^2}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int_S\frac{\cos\theta}{b}\mathrm{d}S\\ &= -\frac{q}{8\pi r}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}a}{a}\int\cos\theta\,\mathrm{d}b\\ &= \frac{q}{16\pi r^2}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int(b^2-r^2-a^2)\,\mathrm{d}b.\end{aligned} \tag{38}$$

Il faut décomposer en deux le volume d'intégration, avec $a < r$ ou $a < r$. Dans le premier cas, b varie de $(r - a)$ à $(r + a)$ et dans le deuxième b varie de $(a - r)$ à $(a + r)$, d'où

$$\begin{aligned}\Pi_z = \frac{q}{16\pi r^2}\Bigg\{&\int_r^{r}\frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int_{r-a}^{r+a}(b^2-r^2-a^2)\,\mathrm{d}b\\ &+\int_r^\infty\frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int_{a-r}^{a-r}(b^2-r^2-a^2)\,\mathrm{d}b\Bigg\}.\end{aligned} \tag{39}$$

Un calcul élémentaire conduit au résultat suivant

$$\Pi_z = -\frac{q}{8\pi}. \tag{40}$$

Par raison de symétrie, on trouverait le même résultat quel que soit le point Q; on a alors Π_r au lieu de Π_z. Le vecteur $\vec{\Pi}$ est donc défini par

$$\left.\begin{aligned}\Pi_r &= -\frac{q}{8\pi}\\ \Pi_\theta = \Pi_\varphi &= 0\end{aligned}\right\}\quad \text{ou}\quad \vec{\Pi} = -\frac{q}{8\pi}\frac{\vec{r}}{r} \quad \text{ou}\quad \Pi_u = -\frac{q}{8\pi}\frac{r_u}{r} \tag{41}$$

ou enfin

$$\vec{\Pi} = -\frac{q}{8\pi}\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,r. \tag{42}$$

De $\vec{\Pi}$ on passe aux potentiels et antipotentiels par les formules (2) qui s'écrivent ici simplement

$$\varepsilon_0 V = -\mathrm{div}\,\vec{\Pi}, \qquad A^* = -\mathrm{rot}\,\vec{\Pi}. \tag{43}$$

Comme le rotationnel d'un gradient est toujours nul, on a

$$\vec{A}^* = 0 \tag{44}$$

et pour V l'expression (43) donne bien le potentiel coulombien

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}. \tag{45}$$

Pour une distribution volumique de charges dans un volume v, en faisant la somme de potentiels tels que (42), on obtient

$$\vec{\Pi} = -\frac{1}{8\pi}\overrightarrow{\text{grad}}\int_v \rho\, r\, dv \qquad (46)$$

ρ étant la densité de charge.

6. **Potentiel de polarisation d'une droite indéfinie uniformément chargée.** — Si λ est la densité linéaire de charge sur la droite, on a

$$\vec{\Pi} = -\frac{\lambda}{8\pi}\vec{R}[1 - 2\,\text{Log}\,R]$$
$$= -\overrightarrow{\text{grad}}\left\{\frac{R^2}{8\pi}(1 - 2\,\text{Log}\,R)\right\}, \qquad (47)$$

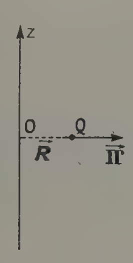


Fig. 2.

où $\vec{R}$ est le vecteur $\overrightarrow{OQ}$ (*fig.* 2) et Q est le point de coordonnées x, y où l'on calcule le vecteur $\vec{\Pi}$. Les formules (43) donnent

$$\vec{A}^* = 0, \qquad V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}\,R; \qquad (48)$$

l'antipotentiel est donc nul et l'on retrouve bien le potentiel logarithmique.

7. **Potentiel de polarisation d'un plan uniformément chargé.** — Soit σ la densité super-

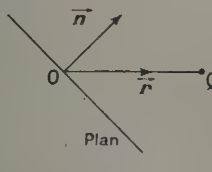


Fig. 3.

ficielle de charge. On suppose que le plan passe par l'origine et il est défini par sa normale positive $\vec{n}$ (*fig.* 3). On a

$$\vec{\Pi} = \mp\frac{\sigma}{20}\left\{\vec{n}r^2 + 2(\vec{n}.\vec{r})\vec{r}\right\}$$
$$= \pm\frac{\sigma}{20}\overrightarrow{\text{grad}}\left\{(\vec{n}.\vec{r})\,r^2\right\}. \qquad (49)$$

Avec (49), les formules (43) donnent

$$\vec{A}^* = 0, \qquad V = -(\pm)\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\vec{n}.\vec{r}). \qquad (50)$$

Les formules (21) donnent le champ $\vec{E}$, soit

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V = \pm\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}. \qquad (51)$$

8. **Potentiel de polarisation du dipôle électrique pur.** — On l'obtient par un passage à la limite à partir du potentiel de polarisation de deux charges ponctuelles q, $-q$ (*fig.* 4). On fait tendre A_1 et A_2 vers zéro; donc $r_1 \to r$, $r_2 \to r$; $\theta_1 \to \theta_2 \to \theta$. Dans

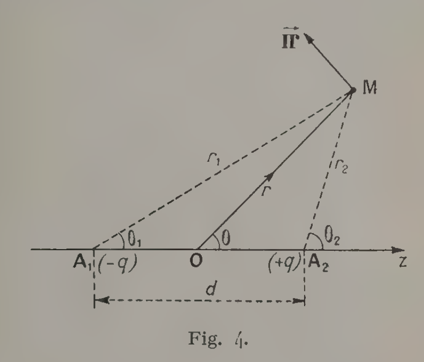


Fig. 4.

ce passage à la limite on maintient le produit qd constamment égal à p malgré que $q \to \infty$, $d \to 0$, d'où

$$q(r_2 - r_1) \# -q\,d\cos\theta_1 \to -p\cos\theta; \qquad (52)$$

de (42), on déduit

$$\vec{\Pi} = -\frac{q}{8\pi}\overrightarrow{\text{grad}}(r_2 - r_1) \to \frac{p}{8\pi}\overrightarrow{\text{grad}}(\cos\theta). \qquad (53)$$

On peut donc écrire

$$\vec{\Pi} = \frac{p}{8\pi}\overrightarrow{\text{grad}}\left(\vec{p}\cdot\frac{\vec{r}}{r}\right). \qquad (54)$$

En coordonnées polaires, les composantes de $\vec{\Pi}$ suivant les r, φ et θ croissants, sont

$$\left.\begin{array}{c}\Pi_\varphi = \Pi_r = 0,\\ \Pi_\theta = \dfrac{p}{8\pi r}\dfrac{\partial}{\partial\theta}(\cos\theta) = -\dfrac{p\sin\theta}{8\pi r}.\end{array}\right\} \qquad (55)$$

Comme c'est un gradient, on a toujours

$$\vec{A}^* = -\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\Pi} = 0 \qquad (56)$$

et, d'après l'expression de la divergence en coordonnées polaires, on a

$$\varepsilon_0 V = -\text{div}\,\vec{\Pi} = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\,\Pi_\theta) = \frac{p\cos\theta}{4\pi r^2}. \qquad (57)$$

On retrouve ainsi l'expression classique du potentiel d'un dipôle ponctuel. On comparera le potentiel de polarisation (54) avec le potentiel de polarisation classique qui est différent [6]. Ce dernier donne un antipotentiel $\vec{A}^*$ non nul; on en conclut que le potentiel classique n'est pas le potentiel du dipôle électrique pur, mais qu'il est aussi le potentiel de polarisation du tourbillon magnétique élémentaire.

9. Potentiel de polarisation d'un courant linéaire fermé (magnétostatique). — Soit I l'intensité du courant qui circule dans la courbe C (*fig.* 5). Le potentiel de polarisation $\vec{\Theta}$ est donné par la formule (20). Quand on remplace B par son expression au point Q,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \left[\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \frac{\vec{a}}{a^3} \right], \tag{58}$$

on obtient

$$\vec{\Theta} = \frac{\mu_0 I}{16\pi^2} \int_C \left[\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \iiint \frac{\vec{a}}{a^3} \frac{\mathrm{d}v}{b} \right]. \tag{59}$$

Nous avons montré dans un paragraphe précédent, que nous avions

$$\iiint \frac{\vec{a}}{a^3} \frac{\mathrm{d}v}{b} = 2\pi \frac{\vec{r}}{r} = 2\pi \, \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, r, \tag{60}$$

l'intégrale triple étant étendue à tout l'espace;

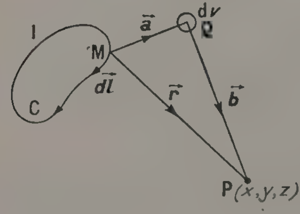


Fig. 5.

en portant cette expression (60) dans (59), il vient

$$\vec{\Theta} = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \int_C \left[\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, r \right] = -\overrightarrow{\mathrm{rot}} \left\{ \frac{\mu_0 I}{8\pi} \int_C r \, \overrightarrow{\mathrm{d}l} \right\}. \tag{61}$$

Les formules (2) permettent de calculer les potentiels et antipotentiels à partir de (61); comme la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, on a

$$V^* = -\mathrm{div}\, \vec{\Theta} = 0. \tag{62}$$

Pour $\vec{A}$, après avoir utilisé l'identité

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \overrightarrow{\mathrm{rot}} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, \mathrm{div} - \Delta,$$

on obtient

$$\vec{A} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}} \left\{ \frac{\mu_0 I}{8\pi} \int_C \left(\overrightarrow{\mathrm{d}l}\, \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, r \right) \right\} + \frac{\mu_0 I}{8\pi} \int_C \Delta r \, \overrightarrow{\mathrm{d}l}. \tag{63}$$

Dans la première intégrale de (63), on peut remplacer gradient de r par moins gradient primé de r (gradient par rapport aux coordonnées de M) et transformer en intégrale de surface (S étant une surface s'appuyant sur C), soit

$$\int_C \overrightarrow{\mathrm{d}l}\, \overrightarrow{\mathrm{grad}'}\, r = \int_S \left(\vec{n}\, \overrightarrow{\mathrm{rot}'}\, \overrightarrow{\mathrm{grad}'}\, r \right) \mathrm{d}S = 0, \tag{64}$$

car le rotationnel d'un gradient est toujours nul.

Comme $\Delta r = \frac{2}{r}$, il reste l'expression classique du potentiel-vecteur

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{\overrightarrow{\mathrm{d}l}}{r}. \tag{65}$$

Pour une distribution volumique de courants, on applique la formule (61) à chaque tube de courant élémentaire; en remplaçant I par dI, puis en faisant la somme pour tous les tubes de courants élémentaires, on a

$$\vec{\Theta} = -\overrightarrow{\mathrm{rot}} \left\{ \frac{\mu_0}{8\pi} \int \mathrm{d}I \int r \, \overrightarrow{\mathrm{d}l} \right\} \tag{66}$$

et comme $\mathrm{d}I\, \overrightarrow{\mathrm{d}l} = \vec{i}\, \mathrm{d}v$, il vient en définitive

$$\vec{\Theta} = -\overrightarrow{\mathrm{rot}} \left\{ \frac{\mu_0}{8\pi} \int_v r \, \vec{i} \, \mathrm{d}v \right\}. \tag{67}$$

10. Potentiel de polarisation du tourbillon électrique pur. — Pour obtenir le tourbillon électrique, on part d'un courant linéaire et l'on fait tendre vers zéro les dimensions de la courbe C, en la laissant semblable à elle-même. Dans ce passage à la limite on maintient constant le moment magnétique du courant $\vec{p}$ défini par [2]

$$\vec{p} = I \int_S \vec{n}\, \mathrm{d}S = \frac{I}{2} \int_C \left[\vec{r} \times \overrightarrow{\mathrm{d}l} \right]. \tag{68}$$

Le potentiel de polarisation du courant fini est donné par (61); on peut écrire successivement

$$\int_C r\, \overrightarrow{\mathrm{d}l} = \int_S \left[\vec{n} \times \overrightarrow{\mathrm{grad}'}\, r \right] \mathrm{d}S$$
$$= -\int_S \left[\vec{n} \times \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, r \right] \mathrm{d}S. \tag{69}$$

Quand les dimensions du courant tendent vers

[2] *Voir*, par exemple : E. Durand, Électrostatique et Magnétostatique, Masson, Paris, 1953, p. 482.

zéro, on peut faire sortir $\overrightarrow{\text{grad}}\, r$ de l'intégrale, d'où

$$\vec{\Theta} = \overrightarrow{\text{rot}} \left\{ \frac{\mu_0}{8\pi} \left[\vec{p} \times \overrightarrow{\text{grad}}\, r \right] \right\}, \tag{70}$$

c'est le résultat cherché.

Les potentiels et antipotentiels se calculent à partir de (70) par les formules (2). Comme la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, on a

$$V^* = -\,\text{div}\,\vec{\Theta} = 0. \tag{71}$$

Avant de calculer le potentiel-vecteur $\vec{A}$, écrivons d'abord le potentiel de polarisation sous la forme

$$\begin{aligned} \vec{\Theta} &= -\frac{\mu_0}{8\pi} \overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{p}.r) \\ &= -\frac{\mu_0}{8\pi} \overrightarrow{\text{grad}} \left\{ \vec{p}.\overrightarrow{\text{grad}}\, r \right\} + \frac{\mu_0}{8\pi} \Delta r \\ &= -\overrightarrow{\text{grad}} \left\{ \frac{\mu_0 (\vec{p}.\vec{r})}{8\pi r} \right\} + \frac{\mu_0}{4\pi r} \vec{p}. \end{aligned} \tag{72}$$

Comme le rotationnel d'un gradient est toujours nul, on a

$$\vec{A} = \overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\Theta} = \frac{\mu_0}{8\pi} \left[\overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{r} \right) \times \vec{p} \right] = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\vec{p} \times \frac{\vec{r}}{r^3} \right]. \tag{73}$$

C'est bien la valeur classique (*voir*, par exemple, l'Ouvrage déjà cité de l'auteur, p. 520).

On peut expliciter l'expression (72) et écrire

$$\vec{\Theta} = \frac{\mu_0}{8\pi} \left\{ \frac{\vec{p}}{r} + (\vec{p}.\vec{r}) \frac{\vec{r}}{r^3} \right\} = r_v (p^u r^v + p^v r^u) \frac{\mu_0}{8\pi r^3}. \tag{74}$$

Quand on compare le potentiel de polarisation (74) au potentiel de polarisation classique, on voit qu'il y a en moins le terme qui donnerait un V^* non nul et qui correspondrait au dipôle magnétique; ici, (71), (73) ne contiennent pas cet antipotentiel V^* du dipôle magnétique et c'est pourquoi nous l'appelons le tourbillon électrique pur : on peut dire que l'autre potentiel de polarisation correspond à la source mixte qui comprend à la fois le tourbillon électrique et le dipôle magnétique.

11. Les potentiels de polarisation d'une charge ponctuelle en mouvement (*). — Voici l'expression de ces potentiels

$$\vec{\Pi} = \frac{q}{8\pi} \left\{ \frac{\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1} \right\}_\tau, \tag{75}$$

$$\vec{\Theta} = \frac{qc\mu_0}{8\pi} \left\{ \frac{[\vec{\alpha} \times \vec{\beta}]}{(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1} \right\}_\tau, \tag{76}$$

(*) *Note ajoutée à la correction des épreuves.* — Dans une publication récente [8], l'auteur a montré que ces deux vecteurs $\vec{\Pi}$ et $\vec{\Theta}$ pourraient se déduire d'un quadrivecteur unique très simple.

où $\vec{\alpha} = \frac{\vec{r}}{r}$ et $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$; $\vec{v}$ est la vitesse de la particule et l'indice τ indique que toutes ces expressions doivent être prises au temps retardé. Pour justifier cette forme (75), (76) des potentiels de polarisation nous allons montrer que les formules (2) de définitions des potentiels ordinaires conduisent aux potentiels de Liénard-Wiechert.

Pour effectuer ces calculs on notera que l'on a, en désignant par γ^u l'accélération retardée

$$\left. \begin{aligned} &\partial_u \tau = \frac{1}{c} \frac{\alpha_u}{[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}, \qquad \partial^u \beta^v = \frac{1}{c^2} \frac{\alpha^u \gamma^v}{[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}, \\ &\partial^u \alpha^v = \frac{\alpha^u \alpha^v - \alpha^u \beta^v + \delta^{uv} [(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}{r[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}; \end{aligned} \right\} \tag{77}$$

$$\left. \begin{aligned} &\partial_t \tau = -\frac{1}{[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}, \qquad \partial_t \beta^u = -\frac{\gamma^u}{[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}, \\ &\partial_t \alpha^u = c \frac{\beta^u - \alpha^u (\vec{\alpha}.\vec{\beta})}{r[(\vec{\alpha}.\vec{\beta}) - 1]}. \end{aligned} \right\} \tag{78}$$

Toutes ces formules doivent être prises au temps retardé τ. A l'aide de ces expressions ou en prenant leur contraction $\partial_\nu \alpha^\nu$ ou $\partial_\nu \beta^\nu$ on trouve, après un calcul élémentaire mais assez laborieux, les relations

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left\{ \frac{1}{r\Delta} \right\}_\tau, \qquad \vec{A} = \frac{qc\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{\vec{\beta}}{r\Delta} \right\}_\tau, \tag{79}$$

avec

$$\left. \begin{aligned} &\Delta = 1 - (\vec{\alpha}.\vec{\beta}), \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \\ &c\mu_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = Z_0 \quad \text{impédance du vide}). \end{aligned} \right\} \tag{80}$$

On reconnaît les potentiels de Liénard-Wiechert et c'est bien ce que nous voulions obtenir.

On trouve, de même,

$$\vec{A}^* = \varepsilon_0 \partial_t \vec{\Theta} - \overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\Pi} = 0, \qquad \mu_0 V^* = -\,\text{div}\,\vec{\Theta} = 0, \tag{81}$$

c'est-à-dire que les antipotentiels sont nuls.

Quand $\vec{v}$ tend vers zéro, le potentiel (75) redonne l'expression (42) que nous avons trouvée en électrostatique par intégration du champ coulombien.

De (75), (76), on tire aisément les relations

$$c\mu_0 [\vec{\Pi} \times \vec{\beta}] = \vec{\Theta}; \qquad \left\{ \begin{aligned} &(\vec{\Pi}.\vec{\Theta}) = 0, \\ &(\vec{\beta}.\vec{\Theta}) = 0; \\ &(\vec{\alpha}.\vec{\Pi}) = -\frac{q}{8\pi}. \end{aligned} \right. \tag{81 bis}$$

La figure 6 indique les dispositions relatives des différents vecteurs. Quand $\vec{\beta}$ tend vers zéro, le vecteur $\vec{\Pi}$ a même direction que $\vec{\alpha}$ et il s'en écarte d'autant plus que $\vec{\beta}$ est plus grand. Le vecteur $\vec{\Theta}$ est normal au plan $[\vec{\beta}][\vec{\alpha}]$ et est représenté sur la figure par un point noir entouré d'un cercle. On

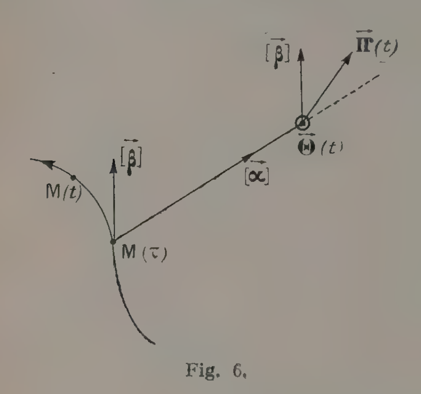


Fig. 6.

notera aussi que les potentiels (75), (76) ne dépendent pas de la distance du point considéré à M(τ), mais ne font intervenir que le vecteur $\vec{\alpha}$ qui est un vecteur de module unité. On pourrait les appeler les potentiels angulaires.

12. **Les potentiels de polarisation d'une distribution volumique de charges et de courants, dépendant du temps.** — Si $\rho(x, y, z, t)$ et $\vec{i}(x, y, z, t)$ sont les densités de charges et de courants et en plaçant entre crochets les grandeurs retardées

$$[\rho] = \rho\left(x, y, z, t - \frac{r}{c}\right), \qquad [\vec{i}] = \vec{i}\left(x, y, z, t - \frac{r}{c}\right),$$

ces potentiels ont pour expression

$$\left.\begin{aligned} \vec{\Pi} &= -\frac{1}{8\pi c}\int_v \left\{ c\rho\vec{\alpha} - [\vec{i}] \right\} \mathrm{d}v, \\ \vec{\Theta} &= -\frac{\mu_0}{8\pi}\int \left\{ \vec{\alpha} \times [\vec{i}] \right\} \mathrm{d}v. \end{aligned}\right\} \qquad (82)$$

On passera des expressions (82) aux expressions (75), (76) en utilisant le jacobien de la transformation qui fait passer du volume retardé au volume actuel pour un système en mouvement [7], et en tenant compte de $\vec{i} = \rho\vec{v}$.

Quand $\rho = 0$ et que $\vec{i}$ ne dépend pas du temps, $[\vec{i}] = \vec{i}$ et l'on a

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{8\pi c}\int_v \vec{i}\,\mathrm{d}v = 0 \qquad (83)$$

puisque les lignes de courants sont fermées et tangentes à la surface S qui limite le volume v.

L'autre potentiel (82) s'écrit

$$\vec{\Theta} = -\frac{\mu_0}{8\pi}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\int_v \vec{i}\,r\,\mathrm{d}v. \qquad (84)$$

On retrouve ainsi, comme il se doit, la formule (67).

Enfin, si $\vec{i} = 0$ on retrouve (46).

Manuscrit reçu le 6 juillet 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] DURAND E. — Le champ $\vec{H}$ et l'induction $\vec{B}$ d'un courant linéaire dans le vide. *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1394.

[2] DURAND E. — Le champ $\vec{E}$ et l'induction $\vec{D}$ d'une charge ponctuelle dans le vide. *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1478.

[3] DURAND E. — Sur les formules générales de la théorie des milieux polarisés. *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 2504.

[4] DURAND E. — Solutions générales des équations de Maxwell. *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1407.

[5] DURAND E. — Identités conduisant aux solutions des équations aux dérivées partielles linéaires et à coefficients constants. *Bull. Soc. Math. Fr.*, 1954, **82**, 361-411.

[6] DURAND E. — Les distributions de dipôles. *Ann. Phys.*, 1954, **9**, 493-523.

[7] DURAND E. — Passage de l'intégrale des potentiels retardés aux formules de Liénard-Wiechert. *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **222**, 284.

[8] DURAND E. — Sur la possibilité de considérer les potentiels et les champs comme des grandeurs densitaires; nouveau type de quadrivecteur. *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **329**, 751.

ÉMISSIONS AU VOISINAGE DES DISCONTINUITÉS D'ABSORPTION DANS LA RÉGION L DES SPECTRES X DES TERRES RARES

Par PAUL SAKELLARIDIS,

Laboratoire de Chimie Physique, Faculté des Sciences, Paris.

Sommaire. — Pour les éléments des terres rares, les émissions X situées au voisinage des discontinuités d'absorption L qui mettent en jeu des électrons $4f$, $5p$ et $5d$, présentent un intérêt particulier. Cet article rapporte l'étude systématique de ces émissions pour les éléments : Eu, Gd, Tb, Ho, Tm à l'état d'oxydes correspondant à la valence 3.

L'émission globale $\gamma_4\gamma'_4\,(L_{\rm I}\,O_{\rm II,III})$ apparaît complexe avec un élargissement plus marqué vers les petites longueurs d'onde; elle montre plusieurs maxima et minima secondaires dont les fréquences et les distances énergétiques par rapport au maximum principal $\gamma_4\gamma'_4$ ont été déterminées.

Les résultats obtenus ainsi que d'autres déjà connus concernant les spectre M de ces éléments indiquent une coïncidence des émissions $\gamma_6(L_{\rm II}\,O_{\rm IV})$ et $\gamma'_8\,(L_{\rm II}\,N_{\rm VI,VII})$ d'une part et $\beta_5(L_{\rm III}\,O_{\rm IV,V})$ et $\beta'_7\,(L_{\rm III}\,N_{\rm VI,VII})$ d'autre part.

Une étude détaillée des spectres L de plusieurs terres rares dont la technique expérimentale et les principaux résultats sont donnés dans des publications antérieures [1] a montré certaines de leurs émissions qui présentent un intérêt spécial; en particulier, celles qui se situent au voisinage des trois discontinuités d'absorption.

Les émissions à rechercher pour les atomes des terres rares étudiées seraient $\gamma_4\gamma'_4\,(L_{\rm I}\,O_{\rm II,III})$ et $L_{\rm I}\,O_{\rm IV,V}$ pour $L_{\rm I}$, les émissions $\gamma_6(L_{\rm II}\,O_{\rm IV})$ et $\gamma'_8\,(L_{\rm II}\,N_{\rm VI,VII})$ près de $L_{\rm II}$ et les émissions $\beta_5(L_{\rm III}\,O_{\rm IV,V})$ et $\beta'_7\,(L_{\rm III}\,N_{\rm VI,VII})$ près de $L_{\rm III}$. Leur intérêt réside en ce qu'elles mettent en jeu les électrons $4f$, $5p$ et $5d$.

Dans tous les cas des éléments étudiés (Eu, Gd, Tb, Ho, Tm), l'analyse a porté sur l'oxyde de la valence 3; je n'ai pas pu séparer les émissions γ_4 et γ'_4 même en deuxième ordre. J'ai donc mesuré le maximum de cette émission comme $\gamma_4\gamma'_4$, ce qui donne une valeur globale de la transition $L_{\rm I}\,O_{\rm II,III}$.

L'émission globale ($\gamma_4\gamma'_4$) est constituée par une large bande présentant une structure. Le maximum principal se situe entre plusieurs maxima et minima. La bande présente dans tous les cas un élargissement plus marqué vers les petites longueurs d'onde, presque jusqu'à la position de la discontinuité d'absorption $L_{\rm I}$.

J'ai fait une étude détaillée de cette émission et j'ai calculé les fréquences correspondant aux différents maxima et leurs distances énergétiques par rapport au maximum maximorum $\gamma_4\gamma'_4$ (tableau I).

Dans le cas de l'europium, l'émission $\gamma_4\gamma'_4$ coïncide avec la raie $K\alpha_2$ du cuivre. J'ai fait tout mon possible pour éviter le cuivre en remplaçant toutes les pièces du tube à rayons X qui pouvaient en contenir par d'autres en acier et chrome, mais je n'ai pas pu l'éliminer complètement et il m'a été impossible de séparer les deux raies. J'ai donc donné comme longueur d'onde de l'émission $\gamma_4\gamma'_4$ de l'europium celle de la raie $K\alpha_2$ du cuivre.

Les figures 1 à 4 représentent des enregistrements microphotométriques de l'émission $\gamma_4\gamma'_4$ des éléments Gd, Tb, Ho, Tm où l'on voit bien sa forme complexe.

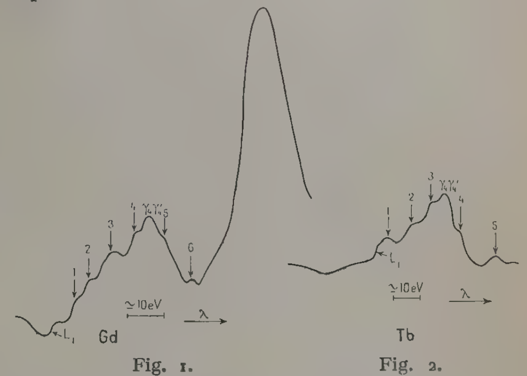


Fig. 1. Fig. 2.

Dans le cas du thulium, l'élargissement vers les petites longueurs d'onde est plus petit par rapport aux terres rares plus légères étudiées.

Ho Tm

Fig. 3. Fig. 4.

Or, pour les éléments Yb (70) et Lu (71) M. L. Allais [2] n'a remarqué aucune anomalie sur la forme de l'émission $\gamma_4\gamma'_4$. Il est donc probable, que dans le cas des terres rares, l'émission $\gamma_4\gamma'_4$ est

TABLEAU I.

	λ (u. X.).	$\frac{\nu}{R}$.	Par rapport à $\gamma_4\gamma'_4$. $\Delta\frac{\nu}{R}$.	Δ (eV).
Gadolinium (*fig.* 1).				
1	1 476,50	617,15	+ 1,79	+ 24,2
2 $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$	1 477,65	616,70	+ 1,34	+ 18,1
3	1 478,81	616,21	+ 0,85	+ 11,5
4	1 480,06	615,69	+ 0,33	+ 4,4
$\gamma_4\gamma'_4$	1 480,85	616,36	0	0
5	1 481,43	615,12	— 0,24	— 3,2
6	1 482,81	614,55	— 0,81	— 11,0
Terbium (*fig.* 2).				
1 $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$	1 419,88	641,79	+ 2,13	+ 28,9
2	1 422,25	640,73	+ 1,07	+ 14,5
3	1 423,78	640,04	+ 0,38	+ 5,1
$\gamma_4\gamma'_4$	1 424,60	639,66	0	0
4	1 425,40	639,30	— 0,36	— 4,8
5	1 427,73	683,26	— 1,40	— 19,0
Holmium (*fig.* 3).				
1	1 316,68	692,09	+ 1,64	+ 22,2
2	1 317,17	691,83	+ 1,38	+ 18,7
3	1 317,56	691,63	+ 1,18	+ 16,0
4 $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$	1 318,08	691,37	+ 0,92	+ 12,4
5	1 318,82	690,97	+ 0,52	+ 7,0
6	1 319,30	690,72	+ 0,27	+ 3,6
$\gamma_4\gamma'_4$	1 319,81	690,45	0	0
7	1 320,08	690,31	— 0,14	— 1,9
8	1 320,47	690,11	— 0,20	— 2,7
9	1 320,76	689,95	— 0,36	— 4,8
10	1 321,92	689,35	— 0,96	— 13,0
Thulium (*fig.* 4).				
1	1 220,68	746,52	+ 3,80	+ 51,5
2 $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$	1 223,82	744,61	+ 1,89	+ 25,6
3	1 225,19	743.77	+ 1,05	+ 14,2
$\gamma_4\gamma'_4$	1 226,92	742,72	0	0
4	1 229,99	740,87	— 1,95	— 26,4

complexe avec un élargissement plus prononcé vers les petites longueurs d'onde jusqu'à la limite d'absorption L_{I}, mais que cette complexité et l'élargissement diminuent lorsque le numéro atomique augmente. De plus il est possible qu'une partie de la structure compliquée de γ_4 soit due à des démultiplications du même type que celles observées pour différentes émissions L dipolaires traitées dans un article suivant.

Pour les quatre éléments, parmi les maxima situés vers les petites longueurs d'onde de $\gamma_4\gamma'_4$ le plus intense correspond à la valeur calculée pour la transition $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$, comme on le voit ci-dessous à l'aide des émissions dénommées γ_6 et β_5. On remarquera toutefois la discussion donnée plus loin sur la nature des transitions correspondant à ces émissions.

$L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$.	Valeurs trouvées. λ (u X.).	$\frac{\nu}{R}$.	(*).
Gd	1 477,65	616,70	616,65
Tb	1 419,88	641,79	641,68
Ho	1 318,08	691,37	691,49
Tm	1 223,82	744,61	744,68

(*) Valeur moyenne de $\frac{\nu}{R}$ calculée à partir de : $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}} = \beta_{10} - \alpha_2 + \beta_5$ et $L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}} = \beta_{10} - \beta_1 + \gamma_6$.

Quant au voisinage des discontinuités L_{III} et L_{II} vers les grandes longueurs d'onde, Coster [3] qui avait étudié les spectres d'émission de l'ensemble des terres rares et recherché β_5 et γ_6, n'avait pu remarquer aucune raie d'émission. En faisant des poses très longues (10 à 15 h), j'ai pu, dans tous les cas, observer et mesurer une raie d'émission vers les grandes longueurs d'onde de chaque discontinuité L_{III} et L_{II}. Dans les publications antérieures [1], j'ai adopté sans la justifier la notation β_5 et γ_6 pour ces émissions, dans le cadre des recherches de Coster. La même notation a été donnée par Barrère [4] et M. L. Allais [2] pour Dy, Yb et Lu. Elle suppose que les émissions mettent en jeu les états $5d$ et permettent de calculer les niveaux $O_{\mathrm{IV,V}}$ à partir de leurs fréquences. La notation β'_7 et γ'_8 indiquerait qu'elles mettent en jeu les états $4f$ et permettraient de calculer les niveaux $N_{\mathrm{VI,VII}}$. Or, en pratique, il est très difficile de dire si les maxima d'intensité mesurés correspondent à des états initiaux $5d$ ou $4f$, ou à des états du solide à fonctions d'onde hybrides.

D'après les configurations électroniques pour les terres rares, proposées par Meggers [5] (à partir des résultats spectroscopiques actuels, surtout en ce qui concerne les spectres optiques), il n'y aurait pas d'électrons à l'état $5d$ dans l'atome neutre à l'exception du gadolinium où il n'y en aurait qu'un. Par conséquent, les transitions $5d \to 2p$ devraient être inexistantes ou très faibles; mais la situation ne saurait être nécessairement la même dans le cas d'atomes liés dans un composé cristallisé.

Comme je l'ai signalé ci-dessus, le maximum le plus intense dans la bande γ_4 et vers les petites longueurs d'onde de celui-ci mesuré comme $\gamma_4\gamma'_4$ correspond très sensiblement à la transition $5d \to 2s$ ($L_{\mathrm{I}}O_{\mathrm{IV,V}}$), transition quadripolaire connue pour d'autres éléments, si l'on admet que les émissions notées γ_6 et β_5 donnent les énergies des états $5d$.

Par ailleurs, comme on le voit dans le tableau II, les fréquences à attendre pour les transitions $4f \to 2p$ d'après nos mesures des raies $L\beta_1$ et $L\alpha_2$ et les mesures de Lindberg [6] pour $M\beta$ (1) sont très voisines des

(1) J'ai utilisé $M\beta$ et non $M\alpha$ parce que, d'après Lindberg, $M\alpha$ se présente complexe avec plusieurs maxima.

TABLEAU II.

	Valeur (*) calculée pour γ'_8.	Valeur observée (γ_6).	Valeur calculée pour β'_7.	Valeur observée (β_5).
Eu	$L\beta_1$ 475,54 + $M\beta$ 85,0 = 560,54	560,86	$L\alpha_2$ 428,40 + $M\beta$ 85,00 = 513,40	513,81
Gd	$L\beta_1$ 494,44 + $M\beta$ 89,1 = 583,54	583,69	$L\alpha_2$ 443,75 + $M\beta$ 89,10 = 532,85	533,06
Tb	$L\beta_1$ 513,75 + $M\beta$ 93,2 = 606,95	607,36	$L\alpha_2$ 459,44 + $M\beta$ 93,2 = 552,64	553,07
Dy	$L\beta_1$ 533,81 + $M\beta$ 97,5 = 631,38	631,50	$L\alpha_2$ 475,62 + $M\beta$ 97,5 = 573,12	573,45
Ho	$L\beta_1$ 554,27 + $M\beta$ 101,9 = 656,17	655,90	$L\alpha_2$ 491,96 + $M\beta$ 101,9 = 593,86	593,81
Tm	$L\beta_1$ 596,67 + $M\beta$ 111,09 = 707,76	707,64	$L\alpha_2$ 525,38 + $M\beta$ 111,09 = 636,47	636,42
Yb	$L\beta_1$ 618,82 + $M\beta$ 115,5 = 734,32	734,81	$L\alpha_2$ 542,65 + $M\beta$ 115,5 = 658,15	658,39
Lu	$L\beta_1$ 641,46 + $M\beta$ 120,1 = 761,56	761,64	$L\alpha_2$ 560,13 + $M\beta$ 120,1 = 680,23	680,53

(*) Tous les nombres de ce tableau correspondent à des fréquences en $\frac{\nu}{R}$.

fréquences que j'ai publiées sous la désignation γ_6 et β_5. La même concordance existe aussi entre les fréquences à attendre pour les transitions $4f \to 2p$ pour le dysprosium, l'ytterbium et le lutécium et les fréquences données pour ces éléments par Barrère [4] et M. L. Allais [2] sous la désignation γ_6 et β_5.

D'autre part, les émissions $\gamma_4\gamma'_4$, γ_6, β_5, sont des émissions dipolaires; tandis que $L_1O_{IV,V}$, γ'_8 et β'_7 sont des émissions quadripolaires qui devraient être moins probables si les couches électroniques correspondantes étaient complètes, ce qui d'ailleurs n'est pas. Par conséquent, dans l'état actuel des recherches, il n'est pas possible de différencier par spectroscopie X les niveaux $4f$ et $5d$. La notation adoptée pour les émissions γ_5 et β_6, pourrait être indifféremment γ'_8 et β'_7.

Il était encore *a priori* intéressant d'étudier les émissions proches des discontinuités d'absorption L_{II} et L_{III} où l'on devrait rechercher la contribution des électrons de conductibilités. Mais il est probable que la distribution des états dans la bande de conductibilité occupée doit correspondre en moyenne à une densité faible puisqu'elle dérive pour une large part des électrons $6s$ de l'atome libre. En conséquence, on ne pouvait pas s'attendre à une bande X qui puisse être facilement observable, mais à une émission large et peu intense. Or, comme je l'ai signalé ci-dessus, pour observer et mesurer le maximum d'intensité correspondant aux transitions $5d \to 2p$ ou $4f \to 2p$, j'ai été obligé à effectuer de longues poses, ce qui donne des clichés peu contrastés et il m'a été impossible de pousser mon étude du voisinage de ces émissions au point d'arriver à des résultats nets concernant les bandes de conductibilité.

Il serait souhaitable d'étendre cette étude, effectuée sur les oxydes trivalents, au cas des métaux. On conçoit la difficulté qu'il y aurait à préparer des terres rares à l'état métallique sous des formes convenables pour l'excitation des spectres d'émission et pour l'observation des spectres d'absorption L et M. Toutefois, la connaissance systématique de ces spectres présenterait un intérêt tel qu'il vaudrait probablement la peine d'essayer de les surmonter.

Manuscrit reçu le 29 juillet 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] SAKELLARIDIS P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1014, 1244 et 1547.
[2] ALLAIS M. L. — *Cahiers de Physique*, 2e série, 1942, p. 13.
[3] COSTER D. — *Phil. Mag.*, 1922, **44**, 545.
[4] BARRÈRE G. — *J. Physique Rad.*, 1947, **8**, 72.
[5] MEGGERS W. F. — *Science*, 1947, p. 514.
[6] LINDBERG E. — *Nova Acta Reg. Soc. Sc.* Upsal., 4e série, 1931, **10**, n° 7.

THÉORIE CINÉTIQUE DES PLASMAS HOMOGÈNES FAIBLEMENT IONISÉS. II.

Par Michel BAYET,
Faculté des Sciences de Toulouse,
Jean-Loup DELCROIX,
École Normale Supérieure, Paris,
et Jean-François DENISSE,
Observatoire de Paris, section d'Astrophysique.

Sommaire. — On poursuit ici l'étude du gaz de Lorentz parfait, commencée dans un article précédent (¹). Dans cette deuxième partie, on étudie l'approximation du deuxième ordre de la fonction de distribution, c'est-à-dire les échanges d'énergie entre le champ électrique et le plasma; on obtient alors un terme proportionnel au temps, donc divergent, qui s'interprète comme un échauffement continuel du gaz d'électrons, de sorte qu'il n'existe pas d'état stationnaire. Pour terminer, on définit et on calcule le facteur de qualité « Q » du plasma, et l'on donne en Appendice la démonstration des formules utilisées dans la partie I.

5. Calcul de l'approximation du second ordre.

— *a*. Calcul des coefficients c_{lm}. — Portons les développements (18) et (19) dans l'équation (16); nous obtenons

$$\sum(\dot{c}_{lm}C_{lm}+\dot{c}'_{lm}S_{lm})+\sum\nu_l(c_{lm}C_{lm}+c'_{lm}S_{lm}) + \boldsymbol{\Gamma}\sum\left(b_{lm}\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}+b'_{lm}\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right) + \frac{\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v}}{v}\left(\frac{\partial b_{lm}}{\partial v}C_{lm}+\frac{\partial b'_{lm}}{\partial v}S_{lm}\right) = \Omega\sum m(c'_{lm}C_{lm}-c_{lm}S_{lm}). \quad (62)$$

Nous supposerons l'instant t choisi de façon telle que les anisotropies transitoires de la fonction f_1 soient déjà devenues négligeables; à partir de cet instant que nous appellerons t_1 nous pouvons réécrire (62) sous la forme

$$\sum(\dot{c}_{lm}C_{lm}+\dot{c}'_{lm}S_{lm})+\sum\nu_l(c_{lm}C_{lm}+c'_{lm}S_{lm}) + \boldsymbol{\Gamma}\left(b_{10}\frac{\partial C_{10}}{\partial \mathbf{v}}+b_{11}\frac{\partial C_{11}}{\partial \mathbf{v}}+b'_{11}\frac{\partial S_{11}}{\partial \mathbf{v}}\right) + \frac{\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v}}{v}\left(\frac{\partial b_{10}}{\partial v}C_{10}+\frac{\partial b_{11}}{\partial v}C_{11}+\frac{\partial b'_{11}}{\partial v}S_{11}\right) = \Omega\sum m(c'_{lm}C_{lm}-c_{lm}S_{lm}). \quad (63)$$

Or on trouve facilement

$$\boldsymbol{\Gamma}\left(b_{10}\frac{\partial C_{10}}{\partial \mathbf{v}}+b_{11}\frac{\partial C_{11}}{\partial \mathbf{v}}+b'_{11}\frac{\partial S_{11}}{\partial \mathbf{v}}\right) = \Gamma(\cos\psi\, b_{10}+\sin\psi\, b'_{11})C_{00} \quad (64)$$

et, d'autre part,

$$\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v}\,C_{10}=(\Gamma\sin\psi\, v_y+\Gamma\cos\psi\, v_z)v_z = \Gamma\sin\psi\frac{S_{21}}{3}+\Gamma\cos\psi\frac{2C_{20}+v^2C_{00}}{3}, \quad (65)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v}\,C_{11}=(\Gamma\sin\psi\, v_y+\Gamma\cos\psi\, v_z)v_x = \Gamma\sin\psi\frac{S_{22}}{6}+\Gamma\cos\psi\frac{C_{21}}{3}, \quad (66)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v}\,S_{11}=(\Gamma\sin\psi\, v_y+\Gamma\cos\psi\, v_z)v_y = \Gamma\sin\psi\frac{2v^2C_{00}-2C_{20}-C_{22}}{6}+\Gamma\cos\psi\frac{S_{21}}{3} \quad (67)$$

Portons les équations (64), (65), (66) et (67) dans (63), ordonnons par rapport aux fonctions sphériques et annulons le coefficient de chacune d'elles; nous obtenons le système

$$\dot{c}_{00}+\Gamma\cos\omega t\left[\cos\psi\left(b_{10}+\frac{v}{3}\frac{\partial b_{10}}{\partial v}\right)+\sin\psi\left(b'_{11}+\frac{v}{3}\frac{\partial b'_{11}}{\partial v}\right)\right]=0 \quad (C_{00}), \quad (68)$$

$$\dot{c}_{10}+\nu_1c_{10}=0 \quad (C_{10}), \quad (69)$$

$$\dot{c}_{11}+\nu_1c_{11}=\Omega c'_{11} \quad (C_{11}), \quad (70)$$

$$\dot{c}'_{11}+\nu_1c'_{11}=-\Omega c_{11} \quad (S_{11}), \quad (71)$$

$$\dot{c}_{20}+\nu_2c_{20}+\Gamma\cos\omega t\times\left(\frac{2\cos\psi}{3}\frac{1}{v}\frac{\partial b_{10}}{\partial v}-\frac{\sin\psi}{\partial v}\frac{1}{v}\frac{\partial b'_{11}}{\partial v}\right)=0 \quad (C_{20}), \quad (72)$$

$$\dot{c}_{21}+\nu_2c_{21}+\Gamma\cos\omega t\frac{\cos\psi}{3v}\frac{\partial b_{11}}{\partial v}=\Omega c'_{21} \quad (C_{21}), \quad (73)$$

$$\dot{c}'_{21}+\nu_2c'_{21}+\Gamma\cos\omega t\times\left(\frac{\sin\psi}{3v}\frac{\partial b_{10}}{\partial v}+\frac{\cos\psi}{3v}\frac{\partial b'_{11}}{\partial v}\right)=-\Omega c_{21} \quad (S_{21}), \quad (74)$$

$$\dot{c}_{22}+\nu_2c_{22}-\Gamma\cos\omega t\frac{\sin\psi}{6v}\frac{\partial b'_{11}}{\partial v}=2\Omega c'_{22} \quad (C_{22}), \quad (75)$$

$$\dot{c}'_{22}+\nu_2c'_{22}+\Gamma\cos\omega t\frac{\sin\psi}{6v}\frac{\partial b_{11}}{\partial v}=-2\Omega c_{22} \quad (S_{22}), \quad (76)$$

. . . .

(¹) M. Bayet, J. L. Delcroix et J. F. Denisse. *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 795.

puis

$$\dot{c}_{l0} + \nu_l c_{l0} = 0 \qquad (C_{l0}),$$

$$\dot{c}_{lm} + \nu_l c_{lm} = \quad m\Omega c'_{lm} \qquad (C_{lm}),$$

$$\dot{c}'_{lm} + \nu_l c'_{lm} = -m\Omega c_{lm}. \qquad (S_{lm}),$$

. . . .

On voit que les anisotropies d'ordre 1 et d'ordre supérieur ou égal à 3 n'existent qu'en régime transitoire; puisqu'on a pour l différent de 0 et de 2

$$\left.\begin{aligned} c_{l0} &= K_{l0}\, e^{-\nu_l t}, \\ c_{lm} &= K_{lm}\, e^{-\nu_l t}\cos(\chi_{lm} - m\Omega t), \\ c'_{lm} &= K_{lm}\, e^{-\nu_l t}\sin(\chi_{lm} - m\Omega t). \end{aligned}\right\} \qquad (77)$$

Enfin, quand on tient compte des expressions des fonctions b trouvées dans le paragraphe 4, on voit que les solutions générales des équations (68) à (76) sont de la forme

$$c_{00} = K_{00} + D_{00}\,t + E_{00}\cos 2\omega t + F_{00}\sin 2\omega t, \quad (78)$$

$$\left.\begin{aligned} c_{20} &= K_{20}\, e^{-\nu_2 t} \\ &\quad + D_{20} + E_{20}\cos 2\omega t + F_{20}\sin 2\omega t, \\ c_{21} &= K_{21}\, e^{-\nu_2 t}\cos(\chi_{21} - \Omega t) \\ &\quad + D_{21} + E_{21}\cos 2\omega t + F_{21}\sin 2\omega t, \\ c'_{21} &= K_{21}\, e^{-\nu_2 t}\sin(\chi_{21} - \Omega t) \\ &\quad + D'_{21} + E'_{21}\cos 2\omega t + F'_{21}\sin 2\omega t, \\ c_{22} &= K_{22}\, e^{-\nu_2 t}\cos(\chi_{22} - 2\Omega t) \\ &\quad + D_{22} + E_{22}\cos 2\omega t + F_{22}\sin 2\omega t, \\ c'_{22} &= K_{22}\, e^{-\nu_2 t}\sin(\chi_{22} - 2\Omega t) \\ &\quad + D'_{22} + E'_{22}\cos 2\omega t + F'_{22}\sin 2\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (79)$$

En effet, dans ces formules, les premiers termes des seconds membres représentent la solution générale du système homogène obtenu en négligeant dans les équations (68) à (76) les termes indépendants des fonctions inconnues c_{lm}, c'est-à-dire les termes en Γ : physiquement cette solution correspond à un régime transitoire. On obtient la solution générale du système (68) à (76) en adjoignant à ces premiers termes une solution particulière du système complet. On voit notamment que :

— *la fonction de distribution f_2 contient des termes modulés à une fréquence double de celle du champ électrique;*

— *la partie isotrope de cette fonction contient un terme divergent $D_{00}t$.*

Calculons donc à titre d'exemple et étant donné leur importance les coefficients D_{00}, E_{00} et F_{00}, figurant dans la partie isotrope de f_2; pour ceci récrivons tout d'abord l'équation (68) sous la forme [2]

$$\dot{c}_{00} + \Gamma\cos\omega t\,\frac{1}{v^2}\,\frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{v^3}{3}(b_{10}\cos\psi + b'_{11}\sin\psi)\right] = 0.$$

Or b_{10} et b'_{11} étant des fonctions sinusoïdales du temps, nous pouvons poser

$$b_{10}\cos\psi + b'_{11}\sin\psi = 2R\cos\omega t + 2S\sin\omega t,$$

d'où

$$\dot{c}_{00} + \frac{\Gamma}{3v^2}\left[\frac{d}{dv}(v^3 R)\,2\cos^2\omega t + \frac{d}{dv}(v^3 S)\,2\sin\omega t\cos\omega t\right] = 0,$$

$$\dot{c}_{00} + \frac{\Gamma}{3v^2}\frac{d}{dv}(v^3 R) + \frac{\Gamma}{3v^2}\frac{d}{dv}(v^3 R)\cos 2\omega t + \frac{\Gamma}{3v^2}\frac{d}{dv}(v^3 S)\sin 2\omega t = 0,$$

d'où la relation (79) avec

$$D_{00} = -\frac{\Gamma}{3v^2}\frac{d}{dv}(v^3 R), \qquad (80)$$

$$E_{00} = \frac{\Gamma}{6\omega v^2}\frac{d}{dv}(v^3 S), \qquad (81)$$

$$F_{00} = -\frac{\Gamma}{6\omega v^2}\frac{d}{dv}(v^3 R). \qquad (82)$$

Calculons maintenant R et S; des formules (47) et (49) nous tirons facilement

$$2R = -\mathcal{R}\left\{\frac{1}{i\omega + \nu_1}\cos^2\psi + \frac{i\omega + \nu_1}{(i\omega + \nu_1)^2 + \Omega^2}\sin^2\psi\right\}\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma,$$

$$\begin{aligned} 2R &= -\left[\frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2}\cos^2\psi + \frac{\nu_1(\Omega^2 + \nu_1^2 - \omega^2) + 2\omega^2\nu_1}{(\Omega^2 + \nu_1^2 - \omega^2) + 4\omega^2\nu_1^2}\sin^2\psi\right]\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma \\ &= -\frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2}(1 - \eta)\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma, \end{aligned}$$

avec

$$\eta = \sin^2\psi\,\frac{\Omega^2(\Omega^2 + \nu_1^2 - 3\omega^2)}{[(\Omega - \omega)^2 + \nu_1^2][(\Omega + \omega)^2 + \nu_1^2]}, \qquad (83)$$

d'où, finalement,

$$D_{00} = \frac{\Gamma^2}{6v^2}\frac{d}{dv}\left\{\frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2}(1 - \eta)v^2\frac{da_{00}}{dv}\right\}, \qquad (84)$$

$$F_{00} = \frac{D_{00}}{2\omega}. \qquad (85)$$

Nous avons, de même,

$$\begin{aligned} 2S &= -\mathcal{R}\left\{\frac{i}{i\omega + \nu_1}\cos^2\psi + \frac{i(i\omega + \nu_1)}{(i\omega + \nu_1)^2 + \Omega^2}\sin^2\psi\right\}\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma \\ &= -\left\{\frac{\omega}{\omega^2 + \nu_1^2}\cos^2\psi - \frac{\omega(\Omega^2 - \nu_1^2 - \omega^2)}{[(\Omega - \omega)^2 + \nu_1^2][(\Omega + \omega)^2 + \nu_1^2]}\sin^2\psi\right\}\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma \\ &= -\frac{\omega}{\omega^2 + \nu_1^2}(1 - \eta')\frac{1}{v}\,\frac{da_{00}}{dv}\Gamma, \end{aligned}$$

avec

$$\eta' = \sin^2\psi\,\frac{\Omega^2(\Omega^2 - \omega^2 + 3\nu_1^2)}{[(\Omega - \omega)^2 + \nu_1^2][(\Omega + \omega)^2 + \nu_1^2]}, \qquad (86)$$

d'où, finalement,

$$E_{00} = -\frac{\Gamma^2}{12v^2}\frac{d}{dv}\left\{\frac{1}{\omega^2 + \nu_1^2}(1 - \eta')v^2\frac{da_{00}}{dv}\right\}. \qquad (87)$$

[2] Dans les équations qui suivent, jusqu'à (104) exclue, lire γ au lieu de Γ.

Nous poserons enfin $K_{00} + E_{00} = 0$ pour qu'à l'instant $t = 0$ on ait : $c_{00} = 0$.

b. Densité des électrons du plasma. — Il est important de vérifier que nous avons bien

$$\iiint (f_0 + f_1 + f_2)\, \underline{dv} = n.$$

Pour calculer cette intégrale on peut d'abord effectuer l'intégration sur une sphère de rayon v; dans cette intégration toutes les fonctions sphériques d'ordre $l \geq 1$ donnent un résultat nul de sorte qu'on a en régime permanent

$$\iiint f\, \underline{dv} = \int_0^\infty [a_{00} + D_{00} t + E_{00}(\cos 2\omega t - 1) + F_{00} \sin 2\omega t] 4\pi v^2\, dv.$$

Or on a

$$\int_0^\infty 4\pi v^2 D_{00}\, dv = \frac{4\pi\Gamma^2}{6} \left[\frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1 - \eta) v^2 \frac{da_{00}}{dv} \right]_0^\infty = 0;$$

en effet, pour qu'à l'instant zéro le nombre d'électrons contenu dans le plasma soit fini, il faut que

$$\int_0^\infty a_{00} 4\pi v^2\, dv$$

soit fini, donc que quand v tend vers l'infini, $v^3 a_{00}$ tende vers zéro, d'où l'on déduit facilement que $v^2 \frac{da_{00}}{dv}$ tend aussi vers zéro, nous voyons donc que le terme divergent $D_{00} t$ a une contribution nulle à la densité. Un calcul analogue peut être fait pour E_{00} et F_{00} de sorte que l'on a bien

$$\iiint f\, \underline{dv} = \int_0^\infty a_{00} 4\pi v^2\, dv = n.$$

c. Énergie des électrons du plasma. — Calculons maintenant l'intégrale d'énergie

$$W = \iiint f \frac{1}{2} m v^2\, \underline{dv}.$$

On montre, comme pour la densité, que les termes isotropes seuls donnent une contribution différente de zéro de sorte que

$$W = \int_0^\infty (a_{00} - E_{00} + D_{00} t + E_{00} \cos 2\omega t + F_{00} \sin 2\omega t) \frac{1}{2} m v^2 4\pi v^2\, dv,$$

soit

$$W = W_0 + Pt + \frac{P}{2\omega} \sin 2\omega t + W_1(\cos 2\omega t - 1), \quad (88)$$

avec

$$W_0 = 2\pi m \int_0^\infty a_{00} v^4\, dv, \quad (89)$$

$$P = 2\pi m \int_0^\infty D_{00} v^4\, dv, \quad (90)$$

$$W_1 = 2\pi m \int_0^\infty E_{00} v^4\, dv. \quad (91)$$

Nous allons montrer que les termes

$$Pt + \frac{P}{2\omega} \sin 2\omega t$$

représentent l'énergie dissipée en chaleur par effet Joule et que $W_1(\cos 2\omega t - 1)$ représente l'énergie réactive; nous pouvons, en effet, partager l'énergie $\mathbf{Ej}\, dt$ apportée par le champ pendant l'intervalle de temps dt à chaque centimètre cube du plasma en deux parties en écrivant

$$\mathbf{j} = \|\bar{\sigma}\| \mathbf{E} + i\omega \|\bar{k}\| \mathbf{E},$$

les deux tenseurs $\|\bar{\sigma}\|$ et $i\omega \|\bar{k}\|$ étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du tenseur complexe $\|\sigma\|$; $\|\bar{\sigma}\|$ est donc le tenseur de conductivité réelle et $\|\bar{k}\|$ le tenseur de polarisabilité; nous avons donc en remplaçant $i\omega$ par $\frac{\partial}{\partial t}$ pour revenir aux notations réelles

$$\mathbf{Ej}\, dt = \|\bar{\sigma}\| \mathbf{EE}\, dt + \|\bar{k}\| \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \mathbf{E}\, dt$$

ou, en posant $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \omega t$, $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\omega \mathbf{E}_0 \sin \omega t$

$$\mathbf{Ej}\, dt = \|\bar{\sigma}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt - \omega \|\bar{k}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0 \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} dt,$$

soit, en intégrant de l'instant zéro à un instant quelconque,

$$W = W_0 + \frac{\|\bar{\sigma}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0}{2} t + \frac{\|\bar{\sigma}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0}{2} \frac{\sin 2\omega t}{2} + \frac{\|\bar{k}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0}{4} (\cos 2\omega t - 1). \quad (92)$$

Cette équation a la même forme que (88) et confirme notre interprétation des coefficients P et W_1; il reste à vérifier que les expressions (90) et (91) de ces deux coefficients sont bien identiques à celles contenues dans (92), c'est-à-dire que l'on a

$$2\pi m \int_0^\infty D_{00} v^4\, dv = \frac{\bar{\sigma}\ \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0}{2},$$

$$2\pi m \int_0^\infty E_{00} v^4\, dv = \frac{\|\bar{k}\| \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0}{4}.$$

Un calcul simple que nous ne reproduirons pas ici permet effectivement de voir que les expressions trouvées pour D_{00}, E_{00} et pour $\|\sigma\|$ satisfont bien ces relations.

d. Vitesse d'échauffement du gaz d'électrons. — Il sera commode pour caractériser la vitesse d'échauffement du gaz d'électrons de définir une constante de temps τ telle qu'au bout du temps τ l'énergie dissipée en chaleur soit égale à l'énergie initiale W_0, soit de poser

$$\tau = \frac{W_0}{P}. \quad (93)$$

Cette constante de temps est inversement proportionnelle au carré du champ électrique; à titre d'exemple nous allons la calculer dans le cas particulier où à l'instant initial le gaz d'électrons est en équilibre thermodynamique avec une source de température T; on a alors

$$W_0 = \frac{3}{2} nkT,$$

$$P = \frac{2\pi m\Gamma^2}{6} \int_0^\infty v^2 \frac{d}{dv} \left\{ \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) v^2 \frac{da_{00}}{dv} \right\} dv,$$

$$P = \frac{\pi m\Gamma^2}{3} \left[\frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) v^4 \frac{da_{00}}{dv} \right]_0^\infty - \frac{2\pi m\Gamma^2}{3} \int_0^\infty \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) v^3 \frac{da_{00}}{dv} dv. \quad (94)$$

Il est facile de voir que le terme tout intégré donne zéro; *supposons, de plus, pour terminer le calcul, que ν_1 est indépendant de v*; nous avons alors

$$P = -\frac{2\pi m\Gamma^2}{3} \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) \int_0^\infty v^3 \frac{da_{00}}{dv} dv$$
$$= -\frac{2\pi m\Gamma^2}{3} \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) \left\{ [v^3 a_{00}]_0^\infty - 3\int_0^\infty v^2 a_{00}\, dv \right\}.$$

$$P = 2\pi m\Gamma^2 \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta) \frac{n}{4\pi}$$
$$= \frac{nm\Gamma^2}{2} \frac{\nu_1}{\omega^2 + \nu_1^2} (1-\eta), \quad (95)$$

$$\tau = \frac{3kT}{m\Gamma^2} \frac{\omega^2 + \nu_1^2}{\nu_1} \frac{1}{1-\eta}. \quad (96)$$

Nous pouvons écrire cette formule en posant

$$\omega^2 + \nu_1^2 = \frac{4\pi^2}{\tau_0^2} \quad (97)$$

et en appelant W_E l'énergie acquise du fait du champ électrique pendant un intervalle de temps τ_0,

$$W_E = \frac{1}{2} nm(\Gamma\tau_0)^2.$$

d'où, finalement,

$$\tau = \frac{1}{\nu_1} \frac{W_0}{W_E} \frac{4\pi^2}{1-\eta}. \quad (98)$$

Dans ces mêmes conditions, nous pouvons d'ailleurs expliciter a_{00} et D_{00}

$$a_{00} = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

d'où, d'après (84) et (96),

$$D_{00} = \frac{kT}{2m\tau} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv}\left(v^2 \frac{da_{00}}{dv}\right)$$
$$= n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{kT}{2m\tau} \left[-\frac{m}{kT} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \left(3 - \frac{2mv^2}{2kT}\right) \right],$$

soit, en posant $\frac{2kT}{m} = v_0^2$,

$$a_{00} = \frac{n}{\pi^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{v_0^3} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}},$$

$$D_{00} = \frac{n}{\pi^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{v_0^3} \frac{1}{\tau} \left(\frac{v^2}{v_0^2} - \frac{3}{2}\right) e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}.$$

$$4\pi v^2 (a_{00} + D_{00} t)\, dv$$
$$= \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_0^2} \left[1 + \frac{t}{\tau}\left(\frac{v^2}{v_0^2} - \frac{3}{2}\right) \right] e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} d\left(\frac{v}{v_0}\right). \quad (99)$$

En prenant comme paramètre $\frac{v}{v_0}$ et en négligeant le facteur de normalisation $\frac{4n}{\sqrt{\pi}}$, nous avons représenté sur la figure 5 l'allure de la fonction de distribution (99) depuis l'instant $t = 0$ où l'on applique le champ jusqu'à l'instant $t = \tau$; on

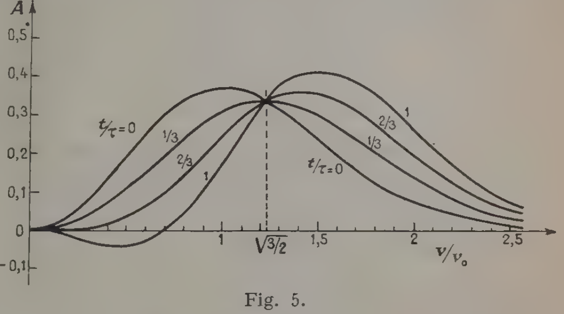


Fig. 5.

$$A = \frac{v^2}{v_0^2} \left[1 + \frac{t}{\tau}\left(\frac{v^2}{v_0^2} - \frac{3}{2}\right) \right] e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}.$$

remarque que la vitesse quadratique moyenne $c = \sqrt{\frac{3}{2}} v_0$ de la distribution initiale partage les électrons en deux groupes : ceux de vitesse inférieure à c dont le nombre décroît et ceux de vitesse supérieure à c dont le nombre augmente au contraire de façon que le nombre total d'électrons reste constant comme nous l'avons montré. On voit de plus que pour $t > \frac{2}{3}\tau$ la fonction de distribution est négative pour les faibles valeurs de v; ceci n'a en fait aucun sens physique; comme nous l'avons annoncé dans la paragraphe 2 [form. (13)] le développement par rapport à Γ n'est pas bien convergent pour les faibles valeurs de v; le résultat obtenu ici montre simplement que l'approximation d'ordre 2 ne représente correctement la distribution de vitesse des électrons que pendant un temps $t \ll \tau$.

e. Facteur de qualité Q du plasma. — Nous définissons le facteur Q du plasma par la relation usuelle

$$Q = \frac{\omega \overline{W}}{P} \quad (100)$$

dans laquelle $\overline{W}$ représente la valeur moyenne de l'énergie emmagasinée dans le plasma du fait du champ électrique et P la puissance dissipée en chaleur. Dans $\overline{W}$ nous devons inclure l'énergie propre du champ électrique dans le vide de sorte que nous avons

$$\overline{W} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{16\pi} - W_1 = \frac{\varepsilon_0 m^2}{e^2 16\pi}\Gamma^2 - W_1. \qquad (101)$$

Calculons donc W_1 en utilisant les formules (87) et (91); nous obtenons par un calcul analogue à celui fait pour P

$$W_1 = \frac{\pi m \Gamma^2}{3\omega}\int_0^\infty \frac{\omega}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta')v^3\frac{da_{00}}{dv}\,dv. \qquad (102)$$

Les formules (94) et (102) permettent de calculer Q dans le cas général où ν_1 est fonction de v; si l'on suppose que ν_1 est indépendant de v on peut expliciter totalement le résultat car on a alors

$$W_1 = \frac{\pi m \gamma^2}{3\omega}\,\frac{\omega}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta')\int_0^\infty v^3\frac{da_{00}}{dv}\,dv,$$

$$W_1 = -\frac{\pi m \Gamma^2}{\omega}\,\frac{\omega}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta')\frac{n}{4\pi}. \qquad (103)$$

Portons maintenant dans (100) les expressions tirées de (95), (102) et (103); nous obtenons

$$Q = \frac{\varepsilon_0 m^2}{4\pi e^2}\,\frac{\Gamma^2}{4}\,\frac{2}{nm\Gamma^2}\,\frac{(\omega^2+\nu_1^2)}{\nu_1}\,\frac{1}{1-\eta}\,\omega + \frac{1}{2}\,\frac{\omega}{\nu_1}\,\frac{1-\eta'}{1-\eta}$$

ou, en introduisant la fréquence des oscillations de plasma,

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m\varepsilon_0}, \qquad (104)$$

$$Q = \frac{\omega}{2\nu_1(1-\eta)}\left[\frac{\omega^2+\nu_1^2}{\omega_p^2} + 1 - \eta'\right]. \qquad (105)$$

APPENDICE.

1. Calcul de $\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$ et de $\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$. — On a

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = v^{l-1}\Big\{ l\Theta_{lm}\cos m\varphi\sin\theta\cos\varphi + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos m\varphi\cos\theta\cos\varphi + \frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\sin m\varphi\sin\varphi\Big\}, \qquad (106)$$

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = v^{l-1}\Big\{ l\Theta_{lm}\cos m\varphi\sin\theta\sin\varphi + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos m\varphi\cos\theta\sin\varphi - \frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\sin m\varphi\cos\varphi\Big\}, \qquad (107)$$

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = v^{l-1}\Big\{ l\Theta_{lm}\cos m\varphi\cos\theta - \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos m\varphi\sin\theta\Big\}. \qquad (108)$$

Entre les Θ_{lm} on a les relations suivantes :

$$\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta} = m\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\Theta_{lm} - \Theta_{l,m+1}, \qquad (109)$$

$$\Theta_{l-1,m+1} = (m-l)\sin\theta\,\Theta_{lm} + \cos\theta\,\Theta_{l,m+1}, \qquad (110)$$

$$\Theta_{lm} = (l+m-1)\sin\theta\,\Theta_{l-1,m-1} + \cos\theta\,\Theta_{l-1,m}, \qquad (111)$$

$$\Theta_{l-1,m+1} = \frac{2m\cos\theta}{\sin\theta}\Theta_{l-1,m} - (l+m-1)(l-m)\Theta_{l-1,m-1}. \qquad (112)$$

Transformons d'abord (106), nous obtenons

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = v^{l-1}\Big\{\cos m\varphi\cos\varphi\left[l\Theta_{lm}\sin\theta + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta\right] + \sin m\varphi\sin\varphi\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\Big\},$$

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = v^{l-1}\Big\{\frac{1}{2}[\cos(m+1)\varphi+\cos(m-1)\varphi]\times\left[l\Theta_{lm}\sin\theta + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta\right] + \frac{1}{2}[\cos(m-1)\varphi-\cos(m+1)\varphi]\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\Big\}$$

$$= v^{l-1}\Big\{\frac{A}{2}\cos(m+1)\varphi + \frac{B}{2}\cos(m-1)\varphi\Big\}, \qquad (113)$$

avec

$$A = \left(l\sin\theta - \frac{m}{\sin\theta}\right)\Theta_{lm} + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta,$$

soit, d'après (109),

$$A = (l-m)\sin\theta\,\Theta_{lm} - \cos\theta\,\Theta_{l,m+1}$$

et, d'après (110),

$$A = -\Theta_{l-1,m+1}; \qquad (114)$$

d'autre part

$$B = \left(l\sin\theta + \frac{m}{\sin\theta}\right)\Theta_{lm} + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta = \left[(l-m)\sin\theta + \frac{2m}{\sin\theta}\right]\Theta_{lm} - \cos\theta\,\Theta_{l,m+1} = \frac{2m}{\sin\theta}\Theta_{lm} - \Theta_{l-1,m+1},$$

soit d'après (111) et (112)

$$\left.\begin{aligned} B &= 2m(l+m-1)\Theta_{l-1,m-1} + (l+m-1)(l-m)\Theta_{l-1,m-1},\\ B &= (l+m)(l+m-1)\Theta_{l-1,m-1}.\end{aligned}\right\} \qquad (115)$$

En combinant (113), (114) et (115), nous obtenons donc :

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = \frac{1}{2}[-C_{l-1,m+1} + (l+m)(l+m-1)C_{l-1,m-1}]. \qquad (116)$$

Transformons maintenant (107), nous obtenons

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = v^{l-1}\left\{\sin\varphi\cos m\varphi\left[l\Theta_{lm}\sin\theta+\cos\theta\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\right] - \sin m\varphi\cos\varphi\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\right\},$$

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = v^{l-1}\left\{\frac{1}{2}[\sin(m+1)\varphi-\sin(m-1)\varphi]\times\left[l\Theta_{lm}\sin\theta+\cos\theta\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\right] - \frac{1}{2}[\sin(m+1)\varphi+\sin(m-1)\varphi]\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\right\}$$
$$= v^{l-1}\left\{\frac{A}{2}\sin(m+1)\varphi-\frac{B}{2}\sin(m-1)\varphi\right\},$$

soit, d'après (114) et (115),

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = \frac{1}{2}[-S_{l-1,m+1}-(l+m)(l+m-1)S_{l-1,m-1}]. \quad (117)$$

Enfin, nous avons pour (108)

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = v^{l-1}\cos m\varphi\{(l-m)\cos\theta\Theta_{lm}+\sin\theta\Theta_{l,m+1}\}.$$

Or, d'après (112), on a

$$\sin\theta\Theta_{l,m+1} = 2m\cos\theta\Theta_{lm} - (l+m)(l-m+1)\sin\theta\Theta_{l,m-1},$$

d'où

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = v^{l-1}\cos m\varphi(l+m) \times\{\cos\theta\Theta_{lm}-(l-m+1)\sin\theta\Theta_{l,m-1}\},$$

soit, d'après (110),

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = v^{l-1}\cos m\varphi(l+m)\Theta_{l-1,m}$$

ou

$$\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = (l+m)C_{l-1,m}. \quad (118)$$

On peut refaire tous les calculs que nous venons de faire pour les fonctions S_{lm}; on a

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = v^{l-1}\left\{l\Theta_{lm}\sin m\varphi\sin\theta\cos\varphi + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\sin m\varphi\cos\theta\cos\varphi - \frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\cos m\varphi\sin\varphi\right\},$$

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = v^{l-1}\left\{\frac{1}{2}[\sin(m+1)\varphi+\sin(m-1)\varphi]\times\left[l\Theta_{lm}\sin\theta+\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta\right] - \frac{1}{2}[\sin(m+1)\varphi-\sin(m-1)\varphi]\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\right\}$$
$$= v^{l-1}\left\{\frac{A}{2}\sin(m+1)\varphi+\frac{B}{2}\sin(m-1)\varphi\right\},$$

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x = \frac{1}{2}[-S_{l-1,m+1} + (l+m)(l+m-1)S_{l-1,m-1}]; \quad (119)$$

et

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = v^{l-1}\left\{l\Theta_{lm}\sin m\varphi\sin\theta\sin\varphi + \frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\sin m\varphi\cos\theta\sin\varphi + \frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\cos m\varphi\cos\varphi\right\}$$
$$= v^{l-1}\left\{\frac{1}{2}[\cos(m-1)\varphi-\cos(m+1)\varphi]\times\left[l\Theta_{lm}\sin\theta+\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\cos\theta\right] + \frac{1}{2}[\cos(m+1)\varphi+\cos(m-1)\varphi]\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\right\}$$
$$= v^{l-1}\left\{-\frac{A}{2}\cos(m+1)\varphi+\frac{B}{2}\cos(m-1)\varphi\right\},$$

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y = \frac{1}{2}[C_{l-1,m+1} + (l+m)(l+m-1)C_{l-1,m-1}]; \quad (120)$$

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = v^{l-1}\sin m\varphi\left[l\Theta_{lm}\cos\theta-\frac{d\Theta_{lm}}{d\theta}\sin\theta\right],$$

$$\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_z = (l+m)S_{l-1,m}. \quad (121)$$

2. **Calcul de $\Gamma\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$ et $\Gamma\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$.** — Nous avons

$$\Gamma_x = 0,\quad \Gamma_y = \Gamma\sin\psi,\quad \Gamma_z = \Gamma\cos\psi,$$

d'où

$$\Gamma\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\Gamma\sin\psi}{2}[-S_{l-1,m+1} - (l+m)(l+m-1)S_{l-1,m-1}] + \Gamma\cos\psi(l+m)C_{l-1,m}, \quad (122)$$

$$\Gamma\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\Gamma\sin\psi}{2}[C_{l-1,m+1} + (l+m)(l+m-1)C_{l-1,m-1}] + \Gamma\cos\psi(l+m)S_{l-1,m}. \quad (123)$$

3. **Calcul de $\mathbf{v}_\wedge\Omega\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$ et $\mathbf{v}_\wedge\Omega\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}$.** — Nous avons

$$\mathbf{v}_\wedge\boldsymbol{\Omega}\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\wedge\mathbf{v}\right)\boldsymbol{\Omega} = \Omega\left[\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x v_y - \left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y v_x\right],$$

$$\mathbf{v}_\wedge\boldsymbol{\Omega}\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \Omega v\sin\theta\left[\sin\varphi\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x - \cos\varphi\left(\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y\right],$$

soit d'après (106) et (107)

$$\mathbf{v}_\wedge\boldsymbol{\Omega}\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \Omega v^l\sin\theta\frac{m\Theta_{lm}}{\sin\theta}\sin m\varphi$$

où

$$\mathbf{v}_\wedge\boldsymbol{\Omega}\frac{\partial C_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = m\Omega S_{lm}. \quad (124)$$

Nous avons, de même,

$$\mathbf{v}_\wedge\boldsymbol{\Omega}\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = \Omega v\sin\theta\left[\sin\varphi\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_x - \cos\varphi\left(\frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}}\right)_y\right],$$

d'où

$$\mathbf{v}_\wedge \boldsymbol{\Omega} \frac{\partial S_{lm}}{\partial \mathbf{v}} = - m \Omega C_{lm}. \tag{125}$$

4. **Calcul de** $J(C_{lm})$ **et** $J(S_{lm})$. — De manière générale nous appelons $\mathcal{R}\mathbf{v}$ le vecteur déduit de $\mathbf{v}$ par une rotation $\mathcal{R}$ dans l'espace des vitesses. A une fonction de distribution $f(\mathbf{v})$ nous pouvons associer pour chaque rotation $\mathcal{R}$ une fonction Sf telle que

$$Sf(\mathcal{R}\mathbf{v}) = f(\mathbf{v}). \tag{126}$$

Nous définissons ainsi un opérateur de rotations agissant sur l'espace des fonctions f; nous allons montrer que les opérateurs J et S commutent; on a, en effet,

$$JSf(\mathbf{u}) = \iint [Sf(\mathbf{u}') - Sf(\mathbf{u})] p \, \mathrm{d}p \, \mathrm{d}\varepsilon,$$

$\mathbf{u}$ étant un vecteur vitesse initiale et $\mathbf{u}'$ le vecteur vitesse finale correspondant, nous pouvons écrire ceci autrement en introduisant les vecteur $\mathbf{v}$ et $\mathbf{v}'$ tels que

$$\mathbf{u} = \mathcal{R}\mathbf{v} \tag{127}$$

$$\mathbf{u}' = \mathcal{R}\mathbf{v}'. \tag{128}$$

Les vecteurs $\mathbf{v}$ et $\mathbf{v}'$ sont les vecteurs vitesses initiales et finales d'une autre catégorie de chocs; en effet, par suite de la symétrie sphérique de la loi de force, si l'on fait subir à la vitesse initiale une certaine rotation $\mathcal{R}$ la vitesse finale subit la même rotation. Dans ces conditions, on peut écrire

$$JSf(\mathbf{u}) = \iint [Sf(\mathcal{R}\mathbf{v}') - Sf(\mathcal{R}\mathbf{v})] p \, \mathrm{d}p \, \mathrm{d}\varepsilon = Jf(\mathbf{v}).$$

On a, par ailleurs,

$$SJf(\mathbf{u}) = S[Jf(\mathcal{R}\mathbf{v})],$$

soit, d'après (126),

$$SJf(\mathbf{u}) = Jf(\mathbf{v}),$$

d'où, finalement,

$$SJf(\mathbf{u}) = JSf(\mathbf{u}); \tag{129}$$

J commutant avec tous les opérateurs S, commute en particulier avec les opérateurs ρ_x, ρ_y, ρ_z qu'on peut associer aux rotations infinitésimales; donc on peut trouver trois opérateurs J, ρ^2 et ρ_z commutant entre eux : ils ont une base propre commune et complète.

Or ρ^2 et ρ_z agissent seulement sur θ et φ, et si l'on fait abstraction de v, leur base propre commune est bien définie : ce sont les fonctions sphériques

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \Theta_{lm} \, e^{ilm\varphi};$$

on peut donc écrire

$$J[Y_{lm}(\theta, \varphi)] = \nu_{lm}(v) Y_{lm}(\theta, \varphi) \tag{130}$$

dans laquelle on considère v comme un paramètre. Montrons que la valeur propre ν_{lm} ne dépend pas de l'indice m.

Si f est une fonction propre de J avec la valeur propre k, il est facile de voir que Sf l'est aussi

$$Jf = kf$$

entraîne, puisque S et J commutent,

$$JSf = SJf = Skf = kSf.$$

En particulier, on en déduit que toute somme du type

$$\sum_s \lambda_s S_s Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

est fonction propre de J pour la valeur ν_{lm}; or on sait qu'une telle somme décrit la fonction sphérique générale d'indice l; autrement dit on peut s'arranger pour que

$$\sum_s \lambda_s S_s Y_{lm}(\theta, \varphi) = Y_{l\mu}(\theta, \varphi), \quad \text{avec} \quad \mu \neq m.$$

Cela prouve que

$$J[Y_{l,\mu}(\theta, \varphi)] = \nu_{lm} Y_{l\mu}(\theta, \varphi),$$

$$\nu_{lm} = \nu_{l\mu}.$$

On peut donc réécrire (130) :

$$JY_{lm}(\theta, \varphi) = -\nu_l(v) Y_{lm}(\theta, \varphi).$$

On en déduit facilement, d'après (10) et (11),

$$J[v^l Y_{lm}] = -\nu_l v^l Y_{lm},$$

puis, par combinaison,

$$J(C_{lm}) = -\nu_l C_{lm}, \quad J(S_{lm}) = -\nu_l S_{lm} \quad (^2). \tag{131}$$

(²) Nous remercions notre collègue M. Yves Ayant (Laboratoire de Physique de l'E. N. S.) pour l'aide qu'il nous a apportée dans la mise au point de cette démonstration.

Manuscrit reçu le 17 mars 1954.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES SOLUTIONS DE GAZ PAR SPECTROGRAPHIE INFRAROUGE

Par M[lle] G. PAILLARD.

Laboratoire de Recherches Physiques (Sorbonne).

Sommaire. — La comparaison des spectres d'absorption du méthane et de l'éthylène à leurs spectres en solution dans le tétrachlorure et le sulfure de carbone dans la région des fréquences de vibration-rotation (800-6 500 cm^{-1}) montre que :

1° la structure fine disparaît en solution; il y a donc empêchement de la rotation par interactions moléculaires;

2° les bandes de vibration sont déplacées, le plus souvent vers les basses fréquences, de la même façon dans les deux solvants; ce déplacement est grand (atteint 180 cm^{-1}), positif ou négatif, variable, non lié aux modes de vibration; les vibrations harmoniques et de combinaison sont également déplacées mais de façon incohérente. Ces résultats restent sans interprétation.

Introduction. — Le but de ce travail (1) est la comparaison des spectres d'absorption infrarouge de deux gaz, l'éthylène et le méthane, non polaires, à leurs spectres en solution dans deux solvants non polaires, le tétrachlorure et le sulfure de carbone. Cette étude a été faite dans tout le domaine des fréquences de vibration-rotation 800-6 500 cm^{-1}. Le passage de l'état gazeux (à la pression atmosphérique) à l'état de solution se traduisant par une augmentation des interactions moléculaires, on voit que cette étude entre dans le cadre plus général de la recherche des effets des forces de Van der Waals (solvant, gaz dissous) sur les mouvements de rotation et de vibration des molécules gazeuses non polaires. La littérature ne semble pas très riche à ce sujet, ni au point de vue expérimental, ni au point de vue théorique.

Méthode expérimentale. — L'obtention des spectres de gaz et de solutions nécessite :

1° *La résolution de problèmes d'ordre chimique* :

— Il faut préparer des gaz spectrographiquement purs sous l'épaisseur nécessaire à l'observation de la courbe d'absorption;

— Il est indispensable de purifier les solvants, utilisés sous une épaisseur de plusieurs centimètres, sous laquelle apparaissent des bandes parasites d'impuretés;

— Pour faire les solutions, on a écarté la méthode consistant en un simple passage d'un courant de gaz dans le solvant : le gaz n'étant pas parfaitement pur, il y a probablement concentration des impuretés gazeuses en solution, car il apparaît, sur le spectre, une absorption intense masquant les bandes du gaz. Aussi a-t-on préféré mettre en contact un certain volume V de gaz, à la température ordinaire et à la pression atmosphérique, avec un volume v de solvant. La concentration ne dépend que de $\frac{V}{v}$ et de la nature du solvant, mais elle n'a pas été mesurée. Les résultats seront donc exprimés en fonction de $\frac{V}{v}$ (litres de gaz par centimètre cube de solvant).

2° *La résolution de problèmes d'ordre optique* :

— Mise en évidence du gaz dans les solutions : on a employé des cuves à liquide très épaisses (à cause de la faible solubilité des gaz) en verre, rodées et fermées par des lames de sel gemme maintenues serrées dans un support métallique par des vis. Ce dispositif évite l'emploi de colle, plus ou moins soluble dans les solvants, et permet le réglage d'épaisseur des cuves au 1/100e mm près, en agissant sur les vis;

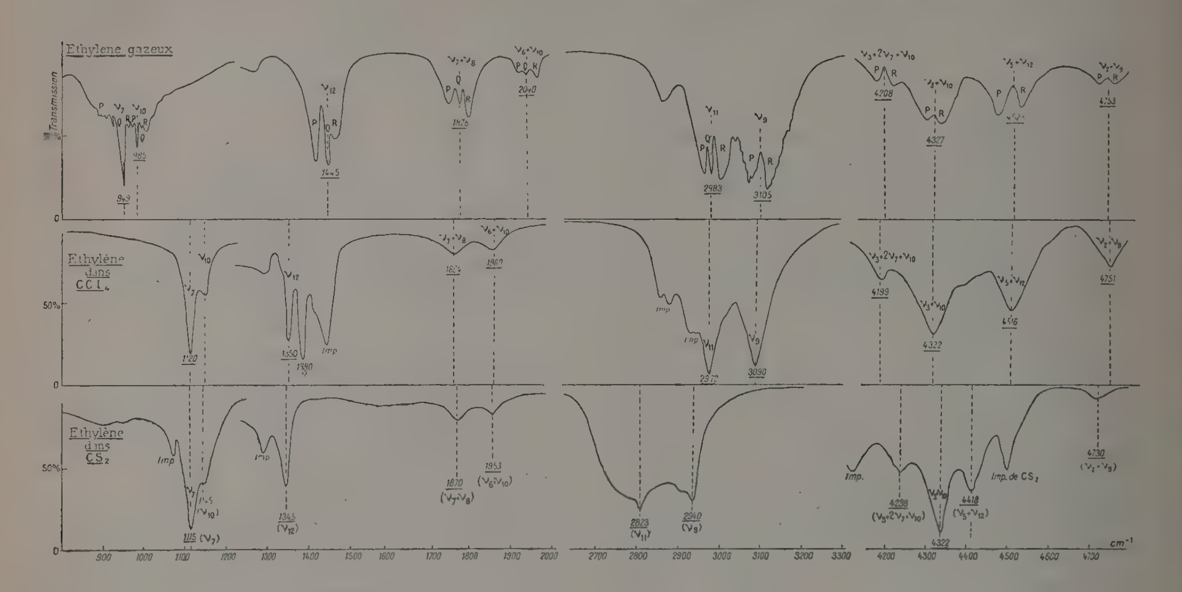
— Étude expérimentale des solutions : il apparaît, en général, sur la solution, plus de bandes que la théorie le laisse prévoir; on doit donc se rendre compte en faisant varier les conditions expérimentales $\left(\text{rapport } \frac{V}{v}\right.$, origine du gaz, évaporation des solutions$\left.\right)$, s'il s'agit d'une bande parasite ou d'une bande correspondant aux molécules gazeuses. L'attribution n'a pas toujours été possible.

Les spectres ont été pris sur deux spectrographes Perkin-Elmer : un spectrographe simple faisceau à prisme de fluorure de lithium dans la région 2 500-6 500 cm^{-1} et un spectrographe double faisceau à prisme de chlorure de sodium dans la région 800-2 500 cm^{-1}. Ce dernier permet l'étude dans un domaine de fréquence où les solvants présentent des bandes d'absorption, mais nécessite le réglage d'égalité d'épaisseur des deux cuves au 1/100e mm près.

(1) Diplôme d'Études supérieures, Paris, 1954.

Résultats expérimentaux. — Les spectres de gaz ont déjà été étudiés par d'autres auteurs avec une meilleure dispersion, mais l'objet essentiel ici est la comparaison des spectres de gaz et de solution obtenus avec le même appareil.

1. ÉTHYLÈNE (*fig.* d'ensemble 1). — 1° Sur le spectre de gaz sont bien mis en évidence les deux mouvements de la molécule : la rotation liée aux raies de rotation et aux branches P, Q, R; la vibration, liée à la fréquence des branches Q, dont on a



Régions (cm⁻¹).	Gaz.	Solutions.
800–1 250.......	$p < 1$ atm $e = 2$ cm	$c = 1$ l d'éth./200 cm³ de sol. $e = 1$ mm
1 250–2 000.......	$p = 1$ atm $e = 2$ cm	$c = 1$ l d'éth./200 cm³ de sol. $e = \frac{1}{2}$ cm
2 600–3 300.......	$p = 1$ atm $e = 2$ cm	$c = 1$ l d'éth./100 cm³ de sol. $e = \frac{1}{2}$ cm
4 200–4 800.......	$p = 1$ atm $e = 8$ cm	$c = 1$ l d'éth./50 cm³ de sol. $e = 2$ cm

Fig. 1. — Comparaison des spectres d'absorption infrarouge de l'éthylènegazeux et en solution.

une représentation incomplète, puisque seules sont actives les vibrations fondamentales ν_7, ν_9, ν_{10}, ν_{11}, ν_{12} (notation de Herzberg) et les combinaisons présentant la symétrie B_{2u} et B_{3u}.

2° Sur les spectres de solutions, on observe des résultats le plus souvent comparables dans le tétrachlorure et le sulfure de carbone, et indépendants de la concentration :

— *Effet sur la rotation : les raies de rotation ainsi que les branches* P, Q, R, *ont complètement disparu. Ce fait est vérifié pour toutes les bandes fondamentales et de combinaisons;*

— *Effet sur la vibration : l'intensité relative des bandes est grossièrement conservée, et leur position est généralement modifiée vers les basses fréquences.*

Voici le tableau des résultats :

Vibrations.	Gaz (cm⁻¹).	$\Delta\nu$ CCl_4 (cm⁻¹).	$\Delta\nu$ CS_2 (cm⁻¹).
ν_7	949 ± 2	+ 171 ± 7	+ 166 ± 7
ν_{10}	985 ± 2	+ 165 ± 7	+ 160 ± 7
ν_{12}	1 445 ± 2	(*) — 95 ± 2	— 100 ± 4
$\nu_7 + \nu_8$	1 878 ± 2	— 14 ± 7	— 8 ± 7
$\nu_6 + \nu_{10}$	2 040 ± 2	— 80 ± 7	— 87 ± 7
ν_{11}	2 983 ± 2	— 11 ± 4	(*) — 160 ± 12
ν_9	3 105 ± 2	— 15 ± 4	(*) — 150 ± 12
$\nu_3 + 2\nu_7 + \nu_{10}$...	4 208 ± 6	— 9 ± 12	+ 30 ± 12
$\nu_3 + 3\nu_{10}$.....	4 327 ± 6	— 5 ± 12	+ 10 ± 12
»	4 523 ± 8	— 7 ± 16	— 105 ± 16
$\nu_2 + \nu_9$........	4 753 ± 8	— 2 ± 16	(*) — 23 ± 16

(*) Indique les bandes d'attribution douteuse.

Ces déplacements varient dans de très larges limites et n'ont que des rapports lointains avec la nature des vibrations : pour les vibrations fondamentales, les déplacements des trois vibrations de déformation sont très grands, de l'ordre de 100 cm^{-1}, positifs ou négatifs; les déplacements pour les deux vibrations de valence sont petits, de l'ordre de 10 cm^{-1} pour les vibrations de combinaison, les déplacements ne sont pas liés de façon simple à ceux des vibrations fondamentales.

2. Méthane (*fig.* d'ensemble 2). — Les résultats sont comparables à ceux de l'éthylène :

1° Le spectre du gaz est très intéressant, puisque les raies de rotation sont bien séparées, la molécule étant légère. Seules sont actives les vibrations triplement dégénérées ν_3 et ν_4 et les vibrations harmoniques et de combinaison de symétrie F_2;

2° Sur les spectres de solutions, on observe :

— Effet sur la rotation : la structure fine disparaît; seul une doute subsiste pour la vibration ν_3 (*fig.* 3), une bande supplémentaire apparaissant. Cette bande peut être attribuée soit à une impureté (spectre 1), soit à une bande du méthane (spectres 2, 3, 4);

— Effet sur la vibration : l'intensité des bandes est conservée, sauf pour les harmoniques qui apparaissent plus faiblement en solution (*fig.* 4). Les vibrations sont très déplacées. Voici le tableau des résultats :

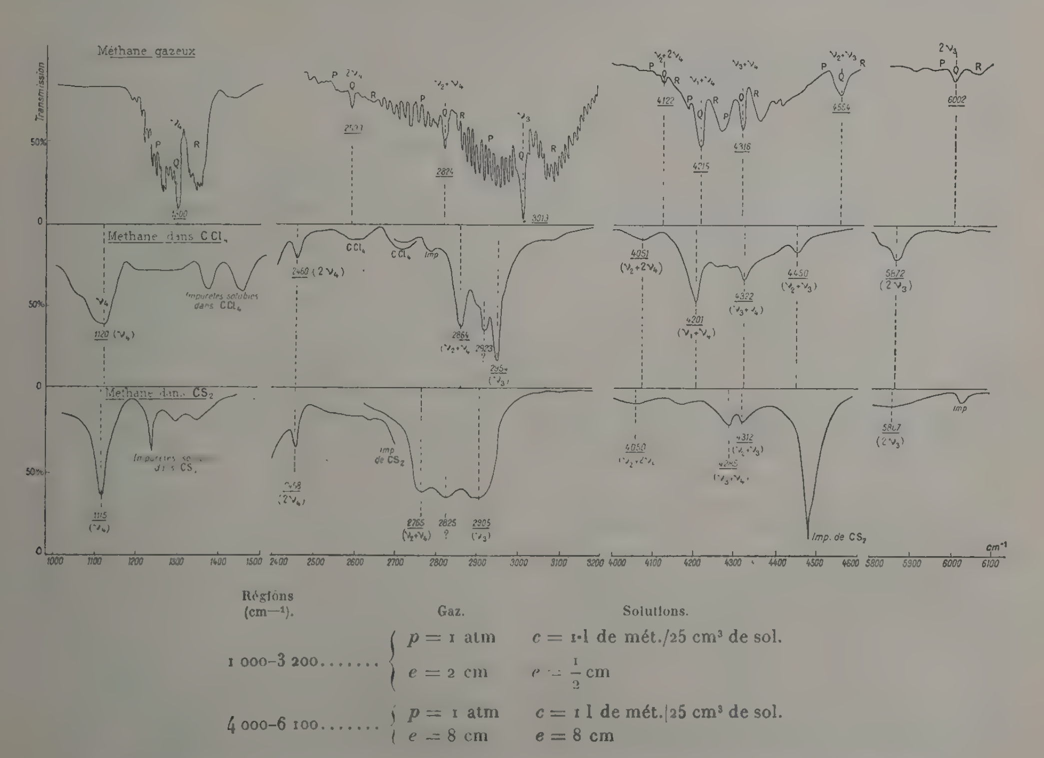
Vibrations.	Gaz (cm^{-1}).	CCl_4 (cm^{-1}).	CS_2 (cm^{-1}).
ν_4	1 300 ± 2	− 180 ± 7	− 185 ± 4
$2\nu_4$	2 599 ± 2	− 133 ± 4	− 141 ± 4
$\nu_2 + \nu_4$	2 824 ± 2	+ 40 ± 4	(*) − 59 ± 12
ν_3	3 019 ± 2	− 65 ± 4	− 114 ± 12
$\nu_2 + 2\nu_4$	4 122 ± 6	− 61 ± 16	(*) − 72 ± 16
$\nu_1 + \nu_4$	4 215 ± 6	− 14 ± 12	(*) + 70 ± 16
$\nu_3 + \nu_4$	4 316 ± 8	+ 6 ± 16	(*) − 4 ± 16
$\nu_2 + \nu_3$	4 555 ± 10	− 105 ± 20	(*)
$2\nu_3$	6 002 ± 16	− 130 ± 32	− 135 ± 32

(*) Indique les bandes d'attribution douteuse.

Le déplacement est plus grand pour la vibration de déformation que pour la vibration de valence. Le déplacement des harmoniques et des combinaisons n'est pas lié simplement à ceux des vibrations fondamentales.

Discussion. — 1. Effet sur la rotation. — D'après ce qui précède, il semble que les forces de Van der Waals empêchent la libre rotation des molécules gazeuses. Il subsiste un doute relatif à la bande ν_3 du méthane.

Ces faits sont en accord avec la littérature récente : disparition de la rotation dans la solution d'éthylène



Régions (cm^{-1}).	Gaz.	Solutions.
1 000–3 200	$p = 1$ atm $e = 2$ cm	$c = 1{,}1$ de mét./25 cm^3 de sol. $e = \frac{1}{2}$ cm
4 000–6 100	$p = 1$ atm $e = 8$ cm	$c = 1$ l de mét./25 cm^3 de sol. $e = 8$ cm

Fig. 2. — Comparaison des spectres d'absorption infrarouge du méthane gazeux et en solution.

dans le tétrachlorure vers 3 000 cm^{-1} par Fox et Martin [1], et est conforme à l'opinion de Herzberg. Néanmoins, Breneman et D. Williams [18] travaillant avec un spectrographe très dispersif, pensent avoir mis en évidence des bandes P, Q, R dans une bande de méthane en solution dans le tétrachlorure de carbone (région de 3 000 cm^{-1}). Les liquides ne présentent pas de structure fine dans leurs spectres d'absorption et de diffusion [2] et [3], ni les gaz sous forte pression [4] et [5]. Par contre, des articles plus anciens signalent des restes de structure fine pour les molécules légères [6] et [7].

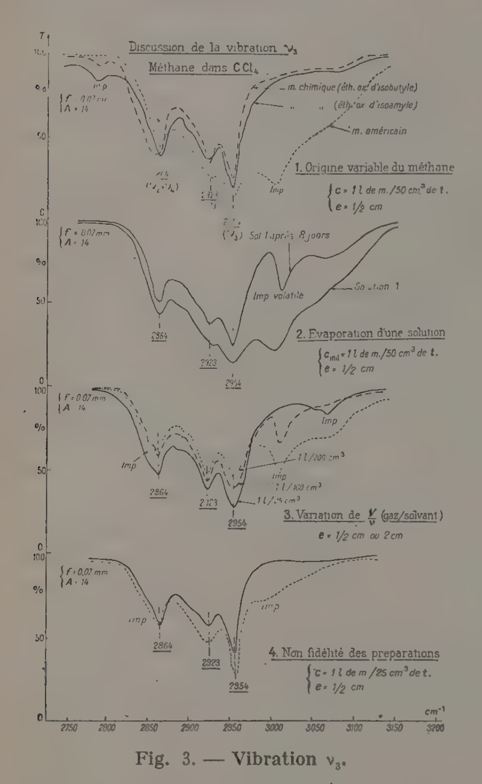


Fig. 3. — Vibration ν_3.

La présente étude apporte donc quelques arguments en faveur de l'empêchement total de la rotation des molécules, même légères par les forces de Van der Waals.

2. Effet sur la vibration. — Il traduit l'influence des forces de Van der Waals sur la vibration des molécules; il ne dépend ni du solvant ni de la concentration, il est caractéristique de la molécule gazeuse. Il est important et assez peu cohérent.

1° *Au point de vue expérimental,* la littérature confirme l'indépendance du déplacement vis-à-vis de la concentration et la diminution de l'intensité des harmoniques en solution [8]. Mais les auteurs ne sont pas d'accord pour la comparaison des déplacements dans le sulfure et le tétrachlorure de carbone. Ils les trouvent, soit identiques [7] et [9], soit non identiques [10]. La bibliographie montre également l'incohérence des déplacements vis-à-vis des modes de vibration; mais ceux-ci restent petits, de l'ordre de 15 cm^{-1}, positifs ou négatifs pour les molécules non polaires ou faiblement polaires, dans le passage solution-vapeur [10] et liquide-vapeur [2], [11], [12], [13] et [14]. Les déplacements sont très grands, de l'ordre de 100 cm^{-1}, positifs ou négatifs pour les molécules fortement polaires et pour les molécules associées à l'état liquide [13] et [14].

Nos résultats expérimentaux exposés ci-dessus sont donc très surprenants, un déplacement de cet ordre de grandeur pour des molécules non polaires paraît difficilement explicable.

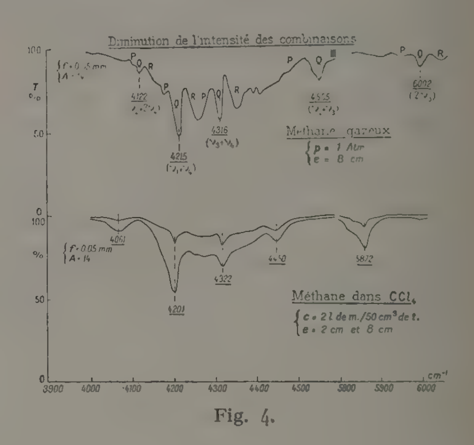


Fig. 4.

2° *Au point de vue théorique,* la nature des forces de Van der Waals est bien connue; d'après London [15], les interactions entre molécules non polaires sont essentiellement quantiques (force de dispersion). Leur influence sur les mouvements de vibration a été étudiée sommairement. D'après Freymann [16], il est prématuré de prendre position sur l'origine exacte des déplacements. C'est également l'avis de Wielson et Ward [12]. Une interprétation électrostatique a été faite par Bauer et Magat [17] dans les cas de molécules polaires. Mais rien n'a été trouvé pour les molécules non polaires. Aussi a-t-il été impossible d'interpréter ces résultats.

Conclusion. — L'effet sur la rotation semble net, mais non celui sur la vibration. Pour conclure à ce sujet :

1° Il manque des données expérimentales : une étude parallèle à celle-ci dans la diffusion Raman serait souhaitable; elle apporterait des résultats sur les vibrations inactives ou partiellement actives dans l'infrarouge. Il serait intéressant d'étudier les solutions très concentrées et les gaz sous forte pression,

il n'y a sans doute pas de discontinuité du phénomène entre les deux. Pour voir s'il existe un lien entre les modes de vibration et les déplacements, on pourrait, par exemple, mener de front deux travaux sur deux molécules du même groupe de symétrie (éthylène et deutéroéthylène).

2° Il manque une théorie d'ordre général, applicable à ce cas particulier. Il faudrait donc entreprendre une recherche sur des molécules plus simples que l'éthylène et le méthane.

Au total, les résultats indiqués constituent une base de discussion pour une étude plus approfondie de l'action des forces de Van der Waals sur les mouvements de vibration des molécules non polaires.

Manuscrit reçu le 8 juillet 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Fox et Martin. — *Proc. Roy. Soc.*, A, 1940, p. 234.
[2] Rank. — *J. Chem. Phys.*, 1950, **18**, 116.
[3] Leberknight. — *Phys. Rev.*, 1933, **43**, 967.
[4] West. — *J. Chem. Phys.*, 1939, **7**, 795.
[5] Weiler. — *Ann. Physik*, 1935, **23**, 493.
[6] Kinsey et Ellis. — *Phys. Rev.*, 1937, **51**, 1074.
[7] Borst et Buswell. — *J. Chem. Phys.*, 1938, **6**, 61.
[8] West. — *J. Chem. Phys.*, 1937, **5**, 14.
[9] Errera, Gaspart et Sack. — *J. Chem. Phys.*, 1940, **8**, 63.
[10] Kinsey et Ellis. — *J. Chem. Phys.*, 1938, **6**, 497.
[11] Halford et Schaeffer. — *J. Chem. Phys.*, 1946, **14**, 141.
[12] Wielson et Ward. — *J. Chem. Phys.*, 1942, **10**, 81.
[13] Kastler. — *C. R. Acad. Sc.*, 1932, **194**, 858.
[14] Stansfeld. — *Z. Physik*, 1932, **74**, 466.
[15] London. — *Trans. Faraday Soc.*, 1937, **33**, 8.
[16] Freymann. — Spectre infrarouge et structure moléculaire, 1947, p. 69.
[17] Magat et Bauer. — *Physica*, 1938, p. 718.
[18] Breneman et Williams. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 465.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, AVRIL 1955, PAGE 285.

RECHERCHES SUR L'ÉTAT SOLIDE A HAUTE TEMPÉRATURE EFFECTUÉES AU MOYEN D'ULTRASONS (¹)

Par Piero Giorgio BORDONI,
Istituto Nazionale di Ultracustica « O. M. Corbino », Rome (Italie).

Sommaire. — Une étude systématique est actuellement en train d'être effectuée au moyen d'ultrasons, sur les propriétés élastiques et anélastiques de plusieurs métaux (Sn, Pb, Zn, Bi, Cd, Mg, Al, Cu) à proximité de leur point de fusion. Les résultats obtenus jusqu'à présent montrent que lorsque la température croît les modules de traction et de torsion tendent vers une valeur limite différente de zéro, en suivant une loi de type général qui peut être déduite de la mécanique statistique.

En dehors de quelques effets de relaxation, la dissipation de l'énergie élastique croît régulièrement avec la température, et cet accroissement semble étroitement lié au phénomène bien connu du fluage.

1. Introduction. — L'étude des propriétés élastiques des solides aux hautes températures présente plusieurs motifs d'intérêt. Avant tout la comparaison entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques, qui sont particulièrement simples dans une région de températures où la distribution de l'énergie est sensiblement classique, permet de déceler aisément des phénomènes nouveaux dus, par exemple, à des effets de relaxation, dont il est difficile de tenir compte dans la théorie statistique des solides.

En deuxième lieu il faut remarquer que les valeurs des constantes élastiques à des températures très proches de celle de fusion sont connues encore avec beaucoup d'incertitude. Comme l'a très bien dit Brillouin [10] : « *l'on ne saurait trop souligner l'intérêt qu'il y aurait à reprendre méthodiquement les mesures des coefficients d'élasticité de part et d'autre de la température de fusion, comme aussi autour des points de transformation allotropique* ». Des données plus exactes à cet égard pourraient en effet constituer le premier pas vers une explication physique des phénomènes de changement d'état qui soit aussi satisfaisante que la théorie actuelle de l'état solide.

Enfin il ne faut pas oublier que tout ce qui concerne les propriétés des solides à haute température, et en particulier des métaux, a aujourd'hui, au point de vue des applications techniques et de l'industrie, un intérêt qui serait par lui-même suffisant pour justifier des recherches systématiques dans ce domaine.

L'emploi des ultrasons dans ce genre de recherches a, sur les méthodes statiques, l'avantage principal de permettre la mesure des constantes élastiques et

(¹) Conférence faite devant la Société française de Physique le 30 avril 1954.

aussi de la dissipation anélastique, même lorsque celle-ci est très faible. On peut ajouter que les efforts mécaniques produits par les ultrasons employés dans ces mesures sont de l'ordre de quelques dynes par centimètre carré. De cette façon on est réellement dans les conditions prévues par la théorie linéaire de l'élasticité, et les effets du second ordre sont tout à fait négligeables.

Dans les recherches dont je me propose d'indiquer les résultats, on a opéré systématiquement sur des

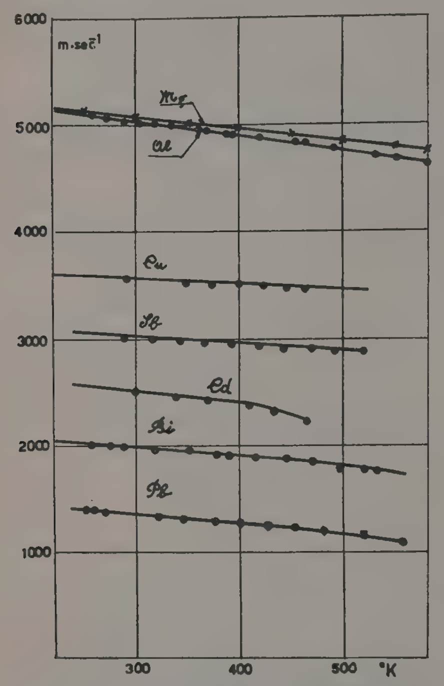


Fig. 1. — Vitesse des ondes d'extension dans plusieurs métaux en fonction de la température.

solides polycristallins; en effet il a été montré par Voigt que ceux-ci redonnent à peu près les propriétés d'un *solide isotrope idéal* défini, en prenant pour chaque propriété du cristal la moyenne sur toutes les directions possibles. Il y a toutefois des cas spéciaux dans lesquels le comportement du solide polycristallin diffère de celui du solide idéal : c'est ce qui arrive dans certains phénomènes de relaxation qui seront discutés plus avant. On a eu soin d'employer des fréquences de vibration assez basses (de l'ordre de quelques dizaines de kilohertz), de façon à obtenir des longueurs d'onde beaucoup plus grandes des dimensions moyennes des microcristaux, en évitant ainsi tout phénomène de diffraction.

Les recherches ont été effectuées par mes collègues I. Barducci, M. Nuovo et par moi-même, en nous servant de trois appareillages qui ont des caractéristiques complémentaires, mais sont tous inspirés au même principe : excitation électrostatique des vibrations et emploi de la modulation de fréquence pour mesurer leur amplitude. Ce principe a été illustré d'une façon complète dans une Note publiée il y a quelques années sur le *Nuovo Cimento* [11], et des perfectionnements récents ont été indiqués dans une Communication au Congrès d'Électro-acoustique qui a eu lieu à Delft en 1953 [12]; il serait donc superflu de donner d'autres précisions à cet égard.

Pour quelques métaux dont le point de fusion est assez bas, les recherches effectuées concernent surtout les variations des modules de traction et de torsion avec la température, et également les variations correspondantes de la dissipation élastique, On a étudié aussi certains effets de relaxation caractéristiques des hautes températures. Quelques-unes de ces recherches ont donné lieu à des développements de la théorie statistique de l'état solide et de la théorie sur les effets de relaxation.

2. **Variations des modules de traction et de torsion avec la température.** — Dans les métaux purs dont le réticule cristallin se trouve dans un état assez stable, c'est-à-dire n'ayant pas trop de défauts, la vitesse des ondes d'extension diminue régulièrement lorsque la température croît [4] (*fig.* 1). On remarque avant tout que le coefficient de variation de la vitesse avec la température est toujours environ dix fois plus grand que le coefficient de dilatation cubique. Pour cette raison les variations de la densité avec la température sont assez petites en comparaison des variations correspondantes de la vitesse, et ainsi les courbes module-température ont sensiblement la même allure que les courbes vitesse-température. Dans toutes les mesures effectuées on a trouvé par suite que ces courbes tournent leur concavité vers l'axe des températures, c'est-à-dire que la dérivée seconde du module de traction par rapport à la température est toujours négative. Comme il a été signalé dans quelques recherches théoriques sur l'élasticité [13], [14], il paraît que ce fait soit intimement lié au postulat d'Helmholtz, qui doit nécessairement être satisfait par le potentiel thermoélastique de chaque solide.

Les courbes qui donnent la vitesse ou le module de traction en fonction de la température, ne permettent pas d'effectuer une comparaison physiquement significative entre les différents solides, à cause des grandes différences entre les valeurs absolues de ces grandeurs. Il est évidemment préférable de considérer les rapports de la vitesse à sa valeur limite en correspondance du zéro absolu, et de considérer le rapport de la température à la température de fusion. Les grandes difficultés expérimentales concernant la détermination de la vitesse à proximité de la température zéro, peuvent d'ailleurs être évitées en dérivant, pour une même

valeur de la pression P, le logarithme de la vitesse c par rapport à la température T. Cette dérivée a, à peu près, la même valeur pour les différents métaux : étain (*fig.* 2), bismuth (*fig.* 3), plomb (*fig.* 4), etc. On remarque aussi que les courbes qui donnent $-\left(\frac{\partial \log c}{\partial T}\right)_P$, en fonction de T ont sensiblement la même allure que celles relatives au coefficient de dilatation cubique, $\alpha_c = \left(\frac{\partial \log V}{\partial T}\right)_P$.

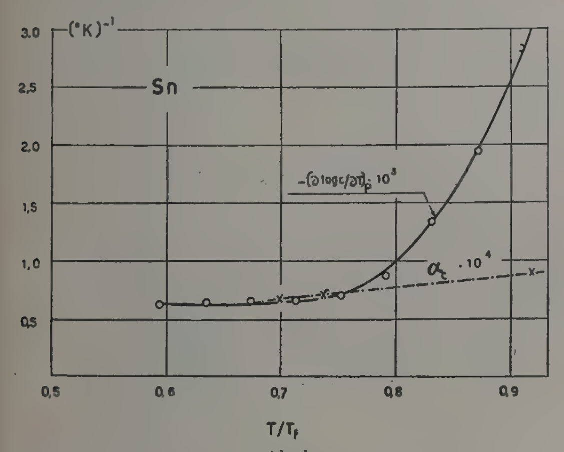


Fig. 2. — Valeurs de $-\frac{\partial \log c}{\partial T}$ et de α_c pour l'étain, en fonction du rapport entre la température et la température de fusion.

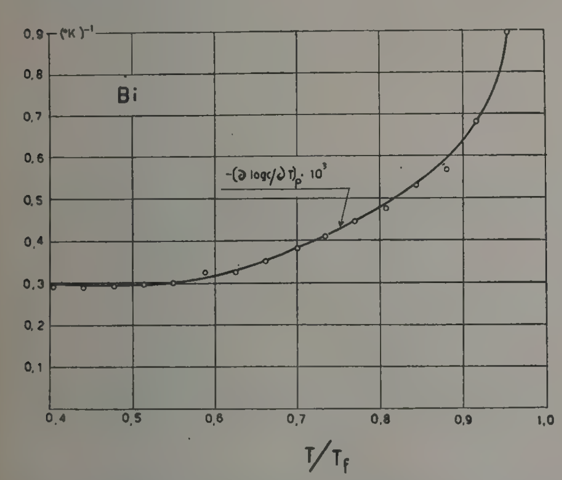


Fig. 3. — Valeurs de $-\frac{\partial \log c}{\partial T}$ pour le bismuth, en fonction du rapport entre la température et la température de fusion.

La similitude observée entre les variations du volume et celles de la vitesse des ondes ultrasonores pour des métaux assez différents entre eux, soit au point de vue de la structure cristalline, soit pour ce qui concerne les valeurs absolues de la densité, de la vitesse, et de la température de fusion, montrent la possibilité d'obtenir de l'équation statistique des solides une relation générale, qui donne en fonction de la température le coefficient de variation de la vitesse $-\left(\frac{\partial \log c}{\partial T}\right)_P$ comme il a été déjà fait pour le coefficient de dilatation α_c.

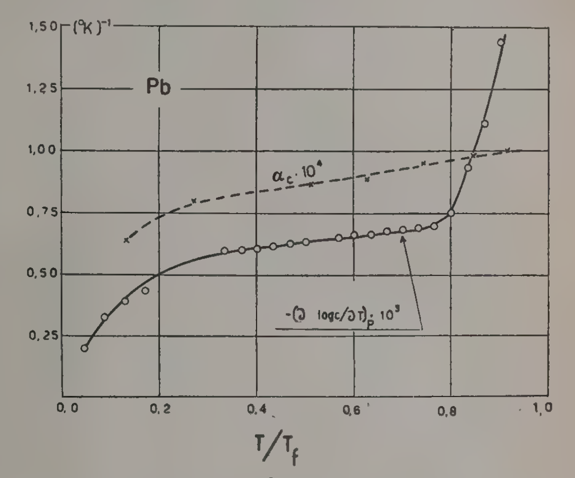


Fig. 4. — Valeurs de $-\frac{\partial \log c}{\partial T}$ et de α_c pour le plomb, en fonction du rapport entre la température et la température de fusion.

En effet, une telle relation peut être obtenue [5], quoique les calculs nécessaires soient un peu plus compliqués que ceux qui donnent l'expression théorique de α_c. Il est toutefois préférable de considérer directement les variations de la fréquence de résonance ν au lieu de celles de la vitesse c, en introduisant un coefficient $\beta = -\left(\frac{\partial \log \nu}{\partial T}\right)_P$. Si l'on compare, par exemple dans les cas du plomb, les données expérimentales avec les résultats théoriques (*fig.* 5), l'accord est satisfaisant jusqu'à des

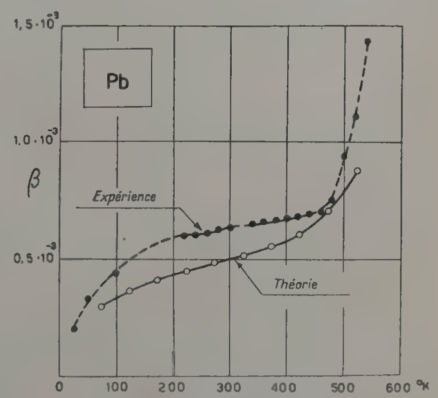


Fig. 5. — Comparaison entre les valeurs théoriques et expérimentales de $\beta = -\frac{\partial \log \nu}{\partial T}$ pour le plomb.

températures assez élevées. Lorsqu'on s'approche du point de fusion, les valeurs expérimentales deviennent beaucoup plus grandes que celles données par le calcul, ce qui semble indiquer l'existence de quelques phénomènes du type de ceux de relaxation, qui ne rentrent pas dans le simple schéma théorique du solide considéré comme un ensemble d'oscillateurs.

TABLEAU I.

Comparaison entre les valeurs de γ_T calculées au moyen des variations de fréquence β, et celles obtenues par d'autres méthodes.

Métal.	β.	Grüneisen. (γ_T)	Chaleur d'évaporation. (γ_T)	Compressibilité. (γ_T)
Pb........	3,22	2,73	–	2,42
Cd........	2,50	–	3,35	3,04
Mg........	1,45	–	2,15	1,62
Cu........	1,62	1,96	2,13	1,90
Al........	1,97	2,17	2,05	1,27

Il faut ajouter que les formules qui donnent les variations de vitesse ou de fréquence avec la température ont été soumises avec succès à d'autres contrôles. En partant des valeurs expérimentales on les a employées, par exemple, pour calculer le coefficient de Grüneisen γ_T, qui donne une mesure de la non-linéarité des forces de cohésion, et dont l'importance dans la théorie statistique des solides est bien connue. Les valeurs obtenues de cette façon sont indiquées dans la deuxième colonne du tableau I; ils s'accordent d'une façon satisfaisante avec celles déterminées par Grüneisen en partant de la dilatation cubique ou par Bridgman au moyen d'expériences sur la compressibilité, ou enfin par Morse et Slater en considérant la chaleur d'évaporation. Les formules obtenues prévoient aussi que les variations de vitesse deviennent infinies à une certaine température T_*. Si la théorie est correcte, cette température ne doit être *ni plus basse que celle de fusion* T_f *ni plus haute que celle d'ébullition* $T_{éb}$. C'est justement ce qui arrive avec tous les métaux pour lesquels on connaît la vitesse des ondes d'extension, comme il est indiqué par le tableau II.

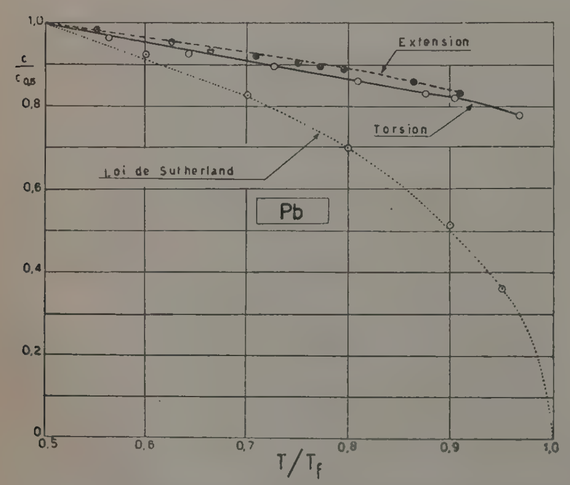


Fig. 6. — Comparaison entre les valeurs expérimentales de la vitesse des ondes d'extension et de torsion dans le plomb et la formule de Sutherland.

Abscisses : rapport entre la température et la température de fusion. Ordonnées : rapport entre la vitesse et sa valeur pour $\frac{T}{T_f} = 0,5$.

TABLEAU II.

Comparaison entre la température T_* correspondant à une valeur infinie des variations de vitesse, et les températures de fusion T_f et d'ébullition $T_{éb}$.

Métal.	T_f (° K).	T_* (° K).	$T_{éb}$ (° K).
Rb..............	311	760	970
Na..............	370	1 000	1 153
Cd..............	594	740	1 040
Pb..............	600	1 000	1 893
Zn..............	693	900	1 180
Mg..............	924	1 250	1 383
Al..............	933	1 530	2 073
Ag..............	1 233	1 750	2 223
Au..............	1 336	1 950	2 873
Cu..............	1 356	2 050	2 573
Ni..............	1 753	2 420	3 270
Fe..............	1 808	2 150	3 273
Pt..............	2 046	2 200	4 573

Un perfectionnement récent dans la technique expérimentale [11], a permis de mesurer aussi la vitesse des ondes de torsion, de façon à déterminer directement le module de rigidité. Les résultats obtenus jusqu'à présent [9] montrent que pour ce type de vibrations les variations de la vitesse avec la température sont du même ordre que celles des vibrations d'extension (*fig.* 6). En particulier, lorsqu'on s'approche du point de fusion, la rigidité ne tend pas vers zéro, comme il a été prévu par quelques auteurs [10], qui ont adopté la formule de Sutherland; il semble au contraire que la valeur limite de la rigidité soit finie, de façon à confirmer les idées de Frenkel [15], suivant lequel l'écroulement de l'édifice cristallin a lieu, à cause de l'agitation thermique, bien avant que la rigidité s'annule. Les mêmes résultats ont déjà été obtenus pour le zinc, le bismuth et l'étain, et une recherche expérimentale systématique est actuellement en cours à ce sujet. Tout ce que l'on peut dire à présent, c'est qu'il paraît très probable que la fusion soit caractérisée par l'annulation de la limite de rupture

et non pas des modules d'élasticité. Cette hypothèse permet d'expliquer l'accord apparent que l'on a parfois trouvé entre la courbe de Sutherland, qui prévoit l'annulation de la rigidité à la fusion, et quelques données expérimentales. Ces dernières étaient obtenues avec des méthodes statiques, c'est-à-dire au moyen d'efforts qui, aux environs du point de fusion, devenaient forcément plus grands que la limite d'élasticité. Par conséquent, on mesurait des déformations supérieures aux valeurs élastiques, en obtenant pour le module des valeurs plus petites que la valeur réelle, comme on l'a déjà signalé dans une Note précédente pour les mesures sur l'aluminium à haute température. Il n'y a que les mesures au moyen d'ultrasons qui permettent d'éliminer une telle erreur, en employant pour la mesure du module des efforts extrêmement faibles.

3. Dissipation de l'énergie élastique en fonction de la température. — On peut évaluer aisément la dissipation élastique d'un solide en mesurant le facteur de résonance Q relatif à quelque mode de vibration. Il est en effet bien connu que l'inverse de Q est proportionnel à l'énergie dissipée dans une période de vibration.

L'interprétation physique des courbes qui donnent la dissipation en fonction de la température est toujours moins simple que celle des courbes relatives

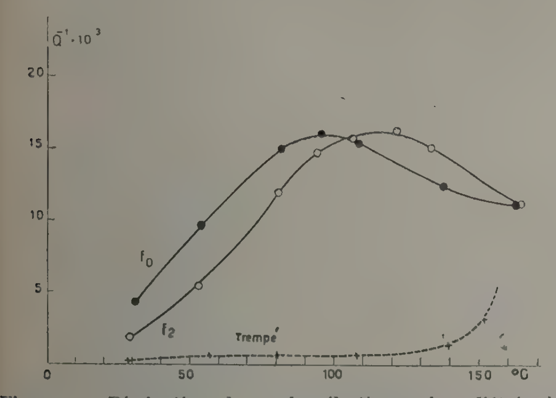


Fig. 7. — Dissipation des ondes élastiques dans l'étain à différentes fréquences f_0 et f_2 et après un brusque refroidissement dans l'eau, à partir de 463°K (courbe hachée).

aux variations de vitesse. En effet, la présence d'impuretés ou d'imperfections dans le réticule cristallin change beaucoup plus la valeur de la dissipation que celle de la vitesse. Il faut ajouter que dans tout solide polycristallin les efforts de cisaillement à la surface des grains se relaxent à haute température, et donnent lieu à un maximum de la dissipation élastique lorsque le temps de relaxation est comparable à la période des vibrations ultrasonores.

Un phénomène de ce type a été observé dans l'étain pur [3] (*fig.* 7) en plein accord avec les mesures de Rotherham, Smith et Greenough [18]. La température du maximum croît avec la fréquence des vibrations, en accord avec la théorie qui prévoit que le temps de relaxation est une fonction exponentielle de la température. En se servant de ce déplacement du maximum, on peut calculer la chaleur d'activation relative à la diffusion de l'étain dans lui-même, et l'on obtient des valeurs en très

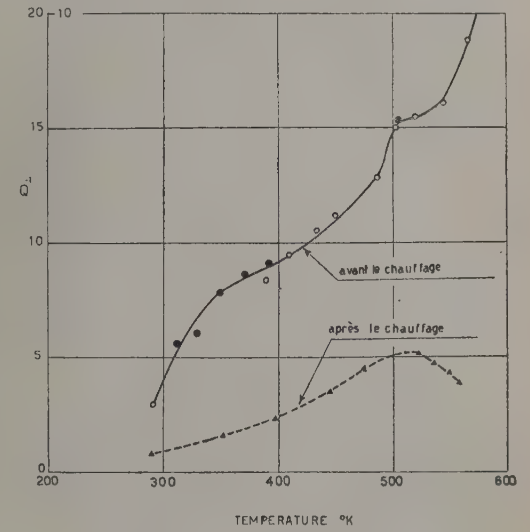


Fig. 8. — Dissipation des ondes élastiques dans le plomb à haute température. Diminution permanente produite par un chauffage prolongé dans l'air à 598°K (courbe hachée).

bon accord avec celles données par des expériences tout à fait différentes.

La relaxation des efforts de cisaillement peut être entièrement bloquée par un brusque refroidissement du matériau : la dissipation prend alors des valeurs beaucoup plus petites, et seul un chauffage prolongé à haute température peut mettre à nouveau le solide dans son état primitif.

Tandis que dans l'étain il est comparativement aisé de suivre la relaxation des efforts de cisaillement, il apparaît que pour observer le même phénomène dans le plomb il soit nécessaire d'opérer dans le vide [7]. Si, au contraire, on le chauffe dans l'air, la dissipation croît régulièrement avec la température sans présenter de maximum bien marqué (*fig.* 8). En s'arrêtant pour un temps assez long à une température proche de celle de fusion une modification permanente se produit, qui donne lieu à une diminution très marquée de la dissipation, et à une augmentation permanente de la vitesse (*fig.* 9). On peut toutefois reproduire — du moins en partie — les conditions initiales au moyen d'un chauffage assez long dans le vide. Il paraît donc que

les phénomènes de relaxation qui ont lieu dans le plomb puissent être bloqués par effet d'un chauffage dans l'air. Toutefois le mécanisme de ce blocage n'est pas encore bien clair, car il est aussi accompagné par des modifications irréversibles du matériau.

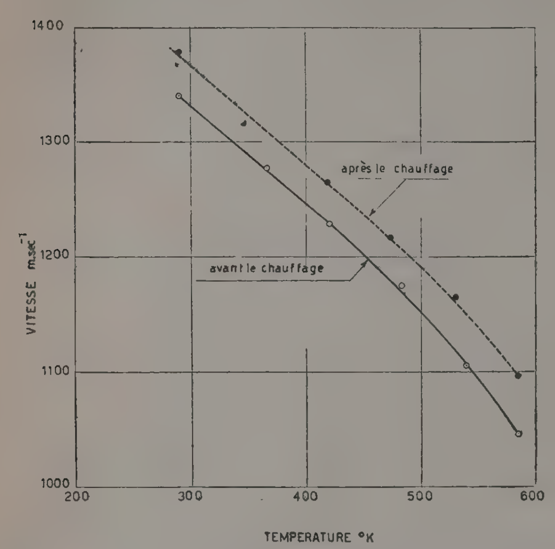


Fig. 9. — Vitesse des ondes d'extension dans le plomb en fonction de la température. Accroissement permanent produit par un chauffage prolongé à 585°K dans l'air (courbe hachée).

Si l'on examine avec soin les courbes dissipation-température relatives à l'étain et au plomb [1], [6], et à leurs alliages, on remarque qu'en dehors des changements dus aux phénomènes de relaxation, la dissipation augmente graduellement avec la température. Une remarque analogue a été faite par Kê [16], [17], dans le cas de l'aluminium, du cuivre, du magnésium et du fer; et l'on peut ajouter que cette augmentation paraît avoir un caractère assez général, puisqu'elle a été observée avec des ondes de flexion et d'extension aussi bien qu'avec des ondes de torsion. On a aussi remarqué que les courbes dissipation-température de certains liquides à l'état pseudo-solide présentent une allure tout à fait semblable : il est donc naturel de penser qu'au point de vue mathématique les relations entre les efforts et les déformations soient du même type dans les deux cas, c'est-à-dire dans les solides polycristallins et dans les substances amorphes. Cette hypothèse, qui a un caractère purement formel, permet non seulement d'expliquer l'accroissement de la dissipation avec la température [6], mais montre aussi qu'il est étroitement lié au phénomène bien connu du fluage, qui a lieu à haute température sous l'action d'un effort constant. Il est extrêmement probable que les deux phénomènes soient dus à une cause commune, et précisément aux déformations irréversibles produites par le déplacement de quelques « *défauts* » du réticule cristallin. En effet, le nombre de ces défauts qui peuvent se mouvoir sous l'action d'un effort donné, croît certainement avec la température, et d'ailleurs lorsqu'on s'approche du point de fusion, des nouveaux défauts peuvent se produire aisément sous l'action simultanée de l'agitation thermique et des efforts mécaniques.

La relaxation des efforts de cisaillement à la surface des grains cristallins ne peut pas être associée avec un temps caractéristique bien défini à cause des différentes dimensions des grains.

Par conséquent, le maximum de la dissipation observé dans les courbes précédentes n'est pas très marqué. On obtient, au contraire, des maxima très prononcés lorsque la dissipation est produite par des phénomènes ayant tous le même temps de relaxation. C'est ce qui arrive dans le cas du fer contenant une petite quantité d'azote [8]. Les atomes de ce dernier se disposent vraisemblablement de façon à rendre minimum la distorsion du réticule cristallin du fer. Le temps nécessaire pour atteindre la distribution stable, qui a évidemment la même valeur pour tous les atomes, est de l'ordre d'une seconde à la température ambiante, et diminue rapidement lorsque la température croît. Pour chaque valeur de la fréquence des vibrations, la courbe dissipation-température présente donc un maximum. La température de ce maximum croît avec la fréquence (*fig.* 10). La théorie prévoit aussi

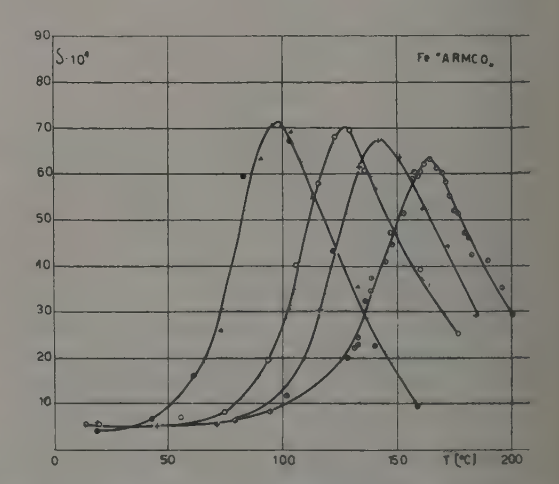


Fig. 10. — Maximum de la dissipation $\delta = \pi Q^{-1}$ des ondes élastiques dans le fer dû à la présence d'une petite quantité d'azote. Mesures à différentes fréquences.

que l'inverse de cette température doit être une fonction linéaire de la fréquence. Cette loi a subi une vérification particulièrement complète et satisfaisante, dans un domaine de fréquences qui va

d'environ 0,5 Hz jusqu'à 40 kHz (*fig.* 11); en effet, les données expérimentales obtenues avec des méthodes très différentes, qui vont du pendule de torsion jusqu'aux ultrasons, et sur des matériaux

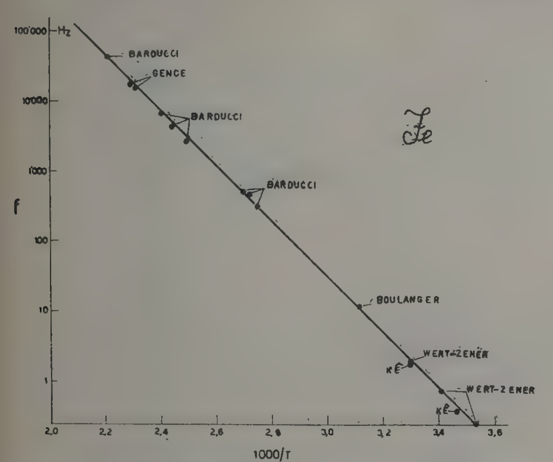


Fig. 11. — Relation linéaire entre l'inverse de la température correspondant à la dissipation maximum dans le fer (voir *fig.* 10) et la fréquence de mesure. A côté des points sont indiqués les noms des expérimentateurs.

d'origine différente, sont exactement alignées sur une même droite.

4. **Conclusions.** — Il est toujours bien difficile de tirer des conclusions d'une recherche qui est encore en train d'être développée. Il me semble toutefois que les résultats obtenus jusqu'à présent permettent de hasarder quelques remarques d'une portée assez générale.

On peut avant tout affirmer que nos connaissances actuelles sur l'état solide sont suffisamment profondes pour qu'il nous soit possible de tirer des conséquences assez générales même d'un petit nombre de résultats expérimentaux. C'est justement ce que l'on a essayé de faire au sujet de la loi de variation des modules avec la température, et de l'accroissement progressif de la dissipation lorsqu'on s'approche du point de fusion. Cette circonstance favorable, qui caractérise la physique des solides, doit être un motif de plus pour étendre l'étude expérimentale de leurs propriétés élastiques. On a surtout besoin de nouvelles données relatives aux changements de structure et au point de fusion, dont le schéma théorique actuellement employé ne donne pas une explication satisfaisante. La même remarque peut être faite à l'égard de tous les phénomènes anélastiques que l'on ne sait pas encore expliquer en se servant du même schéma employé pour les déformations élastiques, c'est-à-dire en considérant les solides comme un ensemble d'oscillateurs.

Les résultats présentés sont assurément peu de chose en comparaison avec ce qui reste encore à faire : ils peuvent toutefois donner une idée de tout le parti que l'on peut tirer de la technique des ultrasons comme moyen d'investigation dans la physique des solides.

Manuscrit reçu le 5 novembre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

Les résultats discutés sont illustrés d'une façon détaillée dans les Notes suivantes :

[1] Bordoni P. G. et Nuovo M. — *Nuovo Cimento*, Suppl., 1950, **7**, 161.

[2] Bordoni P. G. et Nuovo M. — Colloque International sur les ultrasons dans les gaz et les liquides, Bruxelles, juin 1951, publié par la Koninklijke Vlaamse Academie voor Wetenschappen, Letteren en Schone Kunsten van België, p. 164.

[3] Barducci I. — *Ricerca Scient.*, 1952, **22**, 1733.

[4] Bordoni P. G. et Nuovo M. — *Nuovo Cimento*, 1953, **10**, 386; *Ricerca Scient.*, 1953, **23**, 593.

[5] Bordoni P. G. — *Nuovo Cimento*, 1953, **10**, 268; *Ricerca Scient.*, 1953, **23**, 390.

[6] Bordoni P. G. et Nuovo M. — *Nuovo Cimento*, 1954, **11**, 127.

[7] Barducci I. — Frottement interne du plomb à haute température (sous presse).

[8] Barducci I. — Un effet de relaxation de l'azote dans le fer (sous presse).

[9] Bordoni P. G. et Nuovo M. — Tangential modulus in some metals near the melting point (sous presse).

Autres ouvrages cités dans le texte :

[10] Brillouin L. — Influence de la température sur l'élasticité d'un solide, Gauthier-Villars, 1940.

[11] Bordoni P. G. — *Nuovo Cimento*, 1947, **4**, 177; *Ricerca Scient.*, 1948, **18**, 103.

[12] Bordoni P. G. et Nuovo M. — *C. R. Congrès d'Electro-acoustique*, Delft, juin 1953, p. 184.

[13] Signorini A. — *Ann. Mat.*, 1943, **22**, 33; 1949, **30**, 1.

[14] Bordoni P. G. — *Rend. Mat.*, 1953, **12**, 237.

[15] Frenkel J. — Kinetic theory of liquids, Clarendon Press, Oxford, 1946, p. 156.

[16] Kê T. S. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 41.

[17] Zener C. — Elasticity and anelasticity of metals, Chicago Univ. Press, Chicago, 1948, chap. VI.

[18] Rotherham L., Smith A. D. N. et Greeough G. B. — *J. Inst. Metals*, 1951, **79**, 439.

ÉTUDE DANS LE TEMPS DU SPECTRE D'ÉMISSION D'ÉTINCELLES DE GRANDE LONGUEUR

Par Mme A. VASSY,
Faculté des Sciences (Physique de l'atmosphère), Paris.

Sommaire. — L'étude dans le temps d'étincelles de grande longueur, dans l'air, a montré l'existence de trois phases dans l'émission lumineuse. Dans les spectres de ces trois phases, on observe des raies atomiques de haute excitation. La phase centrale, très intense, décharge principale, est très brève (1 μs); la prédécharge commence environ 20 μs avant la décharge principale; la post-luminescence est très différente des deux autres phases; elle a une durée variable avec les conditions d'excitation, qui peut atteindre 30 μs; elle est beaucoup plus riche en bandes de l'azote que les autres phases et intéresse une étendue spatiale beaucoup plus large que le canal de la décharge principale. La prédécharge se développe au fur et à mesure que le potentiel disruptif augmente, alors que les luminances de la prédécharge et de la décharge principale passent par un maximum. On donne la liste des raies et bandes identifiées dans chacune des trois phases.

1. Dispositif expérimental. — La partie expérimentale de ce travail a été effectuée à l'Institut des Hautes Tensions d'Upsala, dirigé par le Professeur Norinder; le dépouillement et l'étude des spectrogrammes ont été faits à Paris au Laboratoire de Physique de l'Atmosphère, où a été construit le dispositif spécial permettant l'étude dans le temps.

Dans une première étude en 1948 [1], nous avons enregistré, sur une émulsion fixe, les spectres d'étincelles dans l'air à la pression atmosphérique entre électrodes distantes de 17 à 155 cm au moyen d'un spectrographe à prisme-objectif en quartz. Ce spectrographe permet d'étudier une étincelle unique en un point défini de son trajet; le domaine spectral couvert va de 9 600 à 2 500 Å. Les distances explosives choisies et les tensions correspondantes sont :



17 cm	400 kV
30	545
50	700
71	900
155	960

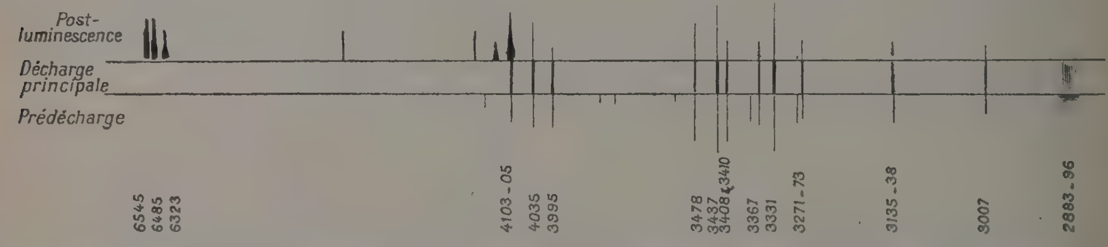


Fig. 1. — Pour plus de simplicité, on n'a représenté dans la décharge principale que les raies communes aux trois phases et une partie des raies de prédécharge et de post-luminescence.

Cette première étude nous avait révélé un spectre très riche contenant des raies d'atomes plusieurs fois ionisés et des bandes assez faibles; mais notre but était de rechercher les conditions de la formation et du développement de l'étincelle et, en particulier, d'essayer de voir les variations du spectre au cours du phénomène.

Pour cela, nous avons adapté au spectrographe un dispositif à miroir tournant, réalisé par Mlle Rimbert [2]. Ce miroir, qui imprime une rotation rapide au faisceau lumineux, tourne à des vitesses allant jusqu'à 27 000 t/mn, de sorte que le faisceau balaye le film perpendiculairement au spectre; un déplacement de 1 mm correspond à 4,6 μs pour 20 000 t/mn. Le schéma (*fig.* 1) donne une idée de l'aspect des photographies ainsi obtenues et dont la reproduction exacte est difficile.

L'examen de ces spectres montre que l'on peut distinguer trois phases : une phase très intense, qui correspond à la décharge principale et qui est la troisième phase dans le travail de Norinder et Salka [3]; cette phase est très brève comme le montrent la finesse des raies spectrales, et la netteté des deux limites; nous pouvons apprécier sa durée à moins d'une microseconde. Deux autres phases s'observent avant et après la décharge principale; elles sont beaucoup moins lumineuses. La première est la prédécharge et correspond selon toute vraisemblance à la deuxième phase de Norinder et Salka; la troisième phase, après la décharge, est la post-luminescence. Les raies les plus intenses de la prédécharge apparaissent environ 20 μs avant la décharge principale; quant à la post-luminescence, sa durée est assez variable avec la tension, elle peut dépasser 30 μs.

Signalons que le spectre qui s'observe dans la

partie de l'étincelle au contact de l'électrode, s'il est très limité en étendue, est par contre très persistant; les raies H et K de Ca *II* ainsi que les raies ultimes 3 274, 3 247 de Cu *I* peuvent parfois être enregistrées pendant plus de 500 μs.

On sait par diverses études, par exemple Craggs et Meek [4], Janin et Eyraud [5], que la variation dans le temps de l'énergie lumineuse émise dépend beaucoup de la nature du gaz et de sa pureté. Notre étude a pour objectif final la comparaison avec le spectre des éclairs; aussi nos conditions tendent-elles à se rapprocher de celles observées dans l'éclair.

2. **Décharge principale**. — Le spectre de la décharge principale a été étudié sur les spectrographies fixes, qualitativement et quantitativement; nous avons publié [1] la liste des raies et bandes observées dans ce spectre; après suppression des bandes présentes dans la post-luminescence seule et addition de trois raies observées dans la présente étude, la liste comporte environ 110 raies et 50 bandes Les éléments responsables sont principalement O *II* et N *II*, et en outre O *I*, N *I*, O *III*, N *III*, O *IV*, N *IV*, A, H; les bandes sont dues à N_2, 1er positif et 2e positif, N_2^+, O_2^+, CO_2^+, OH et peut-être NO.

TABLEAU I.

	λ(*U*, Å).	Attributions.
	9 599	*N_2 1er positif 3,3*
	9 362	*N_2 » 4,4*
	8 911	*N_2 » 1,0*
	8 521	A *I*
	8 222-27-30-33	O *I*
	7 772-74-75	O *I*
	6 645	N *I*
	6 563	Hα
	6 482-5	N *I* et N *II*
	6 453-54-56	O *I*
	6 366-74-80	O
	6 156-58	O *I*
ou	6 008	N *I*
	6 026	*O_2^+*
	5 942	N *II*
	5 932-28	N *II*
	5 710	N *II*
	5 679-76-66	N *II*
	5 560	N *I*
	5 554	O *I*
	5 496	N *II*
	5 435	O *I*
	5 356	N *I*
	5 329-30	O *I*
	5 339	N *II*
	5 190-79	O *II* + N *II*
	5 045	N *II*
	5 001-5-7-10	N *II*
	4 941-42	O *II*
	4 935	N *I*
	4 906	O *II*
	4 861	Hβ
	4 803	N *II*
	4 803-2-1	O *I*
	4 788	N *II*
	4 705-699	O *II*
	4 676-61	O *II*
	4 651-49-42	O *II*
	4 643	N *II*
	4 630	N *II*
	4 601	N *II*
	4 554	*N_2^+ 3,5*
	4 530	N
	4 516	*N_2^+ 4,6*
	4 447	N *II*
	4 433	N *II*
	4 417-15	O *II*
	4 368	O *I*
	4 349	O *II*
	4 340	Hγ
	4 319-17	O *II*
	4 242	N *II*
	4 237	N
	4 233	O
	4 185-90	O *II*
	4 169	O *II*
	4 153	O *II*
	4 151	N *I*
	4 142	*N_2 3,7 2e positif*
	4 129	O *II*
	4 121-20-19	O *II*
	4 110	N *I*
	4 105-3	O *II*
	4 076-72	O *II*
	4 043-4 041-35	N *II*
	3 995	N *II*
	3 998	*N_2 1,4 2e positif*
	3 973	O *II*
ou	3 956	N *II*
	3 954	O *I*
	3 947	O *I*
	3 919	N *II*
	3 914	*N_2^+ 0,0*
	3 912	O *II*
	3 884	*N_2^+ 1,1*
	3 882	O *II*
	3 860	*N_2^+ 2,2*
	3 838-42	N *II*
	3 835	*N_2^+ 3,3*
	3 794	O *II*
	3 777	O *II*
	3 755	*N_2 1,3 2e positif*
	3 749	O *II*
	3 734	*O_2^+ 1.7*
	3 727	O *II*
	3 712	O *II*
	3 706	*O_2^+ 1,7*
	3 639	O
	3 612	*N_2^+ degr. vers le rouge*
	3 591	*O_2^+ 2.7*
	3 593	N *II*
	3 582	*N_2^+ 1,0*
	3 577	*N_2 0,1 2e positif*
	3 564	*N_2^+ 2,1*
	3 549	*N_2^+ 3,2*
	3 518	*O_2^+ 1,6*

TABLEAU I (*suite*).

λ(U, Å).	Attributions.	λ(U, Å).	Attributions.
3 494	O_2^- *1,6*	**3 035**	*NO ?*
3 483-5	N *IV*	3 024	N *II*
3 478	N *IV*	3 018	–
3 471-70	O *II*	3 007	N *II*
3 451-48	O *III*	3 008 à 5	O *II*
3 437	N *II*	2 984	O *III*
3 410	O *II*	**2 962**	N_2 *3,1 2e positif*
3 408	N *II*	**2 953**	N_2 *4,2* »
3 390	O *II*	**2 920**	O_2^+ *4,4*
3 371	N^2 *0,0 2e positif*	**2 902**	O_2^+ *4,4*
3 367	AIR N *III*	**2 896**	CO_2^+
3 354	AIR N *III*	**2 883**	CO_2^+
3 339	N^2 *1,1 2e positif*	**2 840**	O_2^+ *3,3*
3 331-30-29	N *II*	**2 823**	O_2^+ *3,3*
3 324	N *II*	2 808-06	O *II*
3 290-87	O *II*	2 799	N *II*
3 277	O *II*	2 747	O *II*
3 273	O *II*	2 733	O *II*
3 271	O *II*	2 719-15	O *II*
3 265	O *III*	2 710	N *II*
3 246	–	2 696	O *III*
3 227	O_3 ?	**2 688**	O_2^+ *3,2*
3 175	O_3 ?	2 681	O *IV*
3 159	N_2 *1,0 2e positif*	2 665	O *III*
3 136	N_2 *2,1* »	2 647-46-45	N *IV*
3 138-35	O *II*	**2 594**	O_2^+ *5,2*
3 123-24	O *II*	2 591	N *II*
3 117	N_2 *3,2 2e positif*	2 575	O *II*
3 089	*OH 0,0*	2 558	O *III*
3 078	*OH 0,0*	ou { **2 546**	O_2^+ *6,2*
3 067	*OH 0,0*	ou { 2 543	O *III*
3 063	*OH 0,0*	2 527	O *II*
3 047	O *III*	2 523	O *II*
3 043	O_2^+ *2,4 ou NO*	2 522-21	N *II*

Les accolades réunissent les diverses attributions possibles ou simultanées pour une même raie.

3. **Prédécharge**. — Dans le spectre de la prédécharge, nous n'avons relevé que 20 raies appartenant à O *II* et à N *II*, N *III*, N *IV* entre 4 185 et 3 005 Å; dans le domaine visible, la sensibilité trop faible du film n'a pas permis d'enregistrer la prédécharge [6].

TABLEAU II.

λ(U. Å).	Attributions.	λ(U, Å).	Attributions.
4 185-90	O *II*	{ 3 410	O *II*
4 103-05	O *II*	{ 3 408	N *II*
4 072-76	O *II*	3 367	N *III*
4 035-41-43	N *II*	3 354	N *III*
3 995	N *II*	3 329-30-31	N *II*
3 912	O *II*	3 287-90	O *II*
3 838-42	N *II*	{ 3 273	O *II*
3 748	O *II*	{ 3 271	O *II*
3 712	O *II*	3 135-38	O *II*
3 483-85	N *II*	{ 3 007	N *II*
3 478	N *II*	{ 3 005-08	O *II*
3 437	N *II*		

En outre, on relève la bande de CO_2^+ à 2 883-2 896 Å, diffuse, mais intense. Les raies des électrodes n'apparaissent pas dans la prédécharge. Les intensités des raies de la prédécharge sont, en gros, proportionnelles à celles de la décharge principale et varient comme elles avec la tension. Il en résulte que, dans nos conditions expérimentales, la luminance de la prédécharge est maximum pour les distances 50 et 70 cm.

4. **Post-luminescence.** — Il en va tout autrement de la post-luminescence. D'abord l'aspect des raies

et bandes est large et flou (voir *fig.* 1); nous avons pu apprécier à 2 cm la largeur du canal lumineux dans la post-luminescence. En outre, le spectre est différent et assez riche; en nous aidant du spectre de la décharge principale, nous avons pu proposer les identifications suivantes [7] :

TABLEAU III.

λ(U, Å).	Attributions.	λ(U, Å).	Attributions.
9 599	N_2 1er pos. 3,3	*4 236*	N_2^+ 1,2
9 362	N » 4,4	*4 142*	N_2 2e pos. 3,7 (douteuse)
8 911	N » 1,0	4 103-05	O *II*
8 222-27-30-33	O *I*	4 035-41-43	N *II*
6 563	H_α	*3 998*	N_2 2e pos. 1,4
**6 545*	N_2 1er pos. 7,4	3 995	N *II*
6 485	N *II*	**3 943*	N_2 2e pos. 2,5
**6 323*	N_2 1er pos. 10,7	**3 893*	N_2 » 3,6
6 156-58	O *I*	**3 805*	N_2 » 0,2
6 013	N_2 1er pos. 7,3	*3 755*	N_2 » 1,3
**5 906*	N_2 » 9,5	**3 647*	NO, 3
5 679-76-66	N *II*	*3 563*	N_2^+ (douteuse)
5 329-30	O *I*	*3 549*	N_2^+ (douteuse)
5 190	O *II*	*3 538*	N_2^+ (douteuse)
5 179	N *II*	3 483-85	N *IV*
5 001-05-07	N *II*	3 478	N *IV*
4 941-42	O *II*	3 437	N *II*
4 861	H_β	3 410	O *II*
4 676	O *II*	3 408	N *II*
4 661	O *II*	3 367	N *III*
**4 490*	N_2 2e pos. 2,7	3 329-30-31	N *II*
4 447	N *II*	3 273-71	O *II*
4 417	N_2 2e pos. 3,8 (douteuse)	3 135-38	O *II*
4 368	O *I*	3 007	N *II*
4 317-19	O *II*	3 005-08	O *II*
**4 278*	N_2^+ 0,1	2 984	O *III*

* Ne sont pas présentes dans la décharge principale.

Toutes les bandes, sauf la bande de NO à 3 647, appartiennent à l'azote; parmi elles un certain nombre ne s'observent que dans la post-luminescence. Elles sont indiquées par un astérisque.

Nous remarquons que ni les bandes de O_2^+ ni les raies de O *IV* ne sont présentes dans la post-luminescence; aucune raie de N *I* n'a pu être relevée avec certitude.

En résumé, les éléments communs aux spectres des trois phases se limitent à 12 raies dont certaines ont une intensité plutôt faible.

TABLEAU IV.

λ(U, Å).	Attributions.	λ(U, Å).	Attributions.
{ 3 005-08	N *II*	3 410	O *II*
{ 3 007	N *II*	3 437	N *II*
3 135-38	O *II*	3 483-85 et 3 478	N *IV*
3 271-73	O *II*	3 995	N *II*
3 329-30-31	N *II*	4 035-41-43	N *II*
3 367	N *III*	4 103-05	O *II*
3 408	N *II*		

5. **Conclusion**. — Ce qui nous intéresse le plus pour notre étude, c'est la variation de la post-luminescence avec la tension. Au fur et à mesure que la tension croît, la post-luminescence croît en intensité et croît par rapport à la décharge principale; de plus les bandes y ont une intensité comparable à celle des raies, alors que dans la décharge principale elles étaient beaucoup plus faibles; elles sont plus intenses du côté de l'électrode sphérique que du côté de la pointe (négative). Ces remarques nous seront utiles pour l'étude du spectre des éclairs.

Manuscrit reçu le 9 octobre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] VASSY A., NORINDER H. et VASSY E. — *Arkiv Fysik*, 1953, **6**, 437.

[2] RIMBERT F. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 638.

[3] NORINDER H. et SALKA O. — *Arkiv Fysik*, 1951, **3**, 347.

[4] CRAGGS J. D. et MEEK J. M. — *Proc. Roy. Soc.*, 1946, **186**, 241.

[5] JANIN J. et EYRAUD I. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 1973.

[6] RIMBERT F. et VASSY A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 1324.

[7] VASSY A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1398.

ÉTUDE THÉORIQUE DU FONCTIONNEMENT DU DERNIER ÉTAGE D'UN PHOTOMULTIPLICATEUR

Par P. LEUBA,

Laboratoire des Rayons X.

Sommaire. — Quand un rayonnement excite la fluorescence d'un cristal placé en regard de la photocathode d'un photomultiplicateur sous tension, on recueille sur la dernière dynode de celui-ci une impulsion de tension.

On a recherché la loi liant le profil de cette impulsion à celle suivant laquelle, en fonction du temps, les électrons sont expulsés de l'avant-dernière dynode. Les équations du mouvement des charges dans l'espace compris entre les deux dynodes ont été étudiées dans un cas schématique simple, d'où l'on a déduit les conditions de validité d'une solution approchée du problème; ces conditions sont d'ailleurs valables dans le cas général.

On justifie ainsi un procédé expérimental permettant dans certains cas d'estimer la durée des impulsions lumineuses excitées dans un cristal par un rayonnement, et de recueillir des informations sur leur profil.

On peut enfin également, définissant la linéarité d'un photomultiplicateur, déterminer les conditions d'un fonctionnement linéaire de son dernier étage.

1. Exposé du problème étudié. — Quand on soumet la photocathode d'un photomultiplicateur monté comme l'indique schématiquement la figure 1,

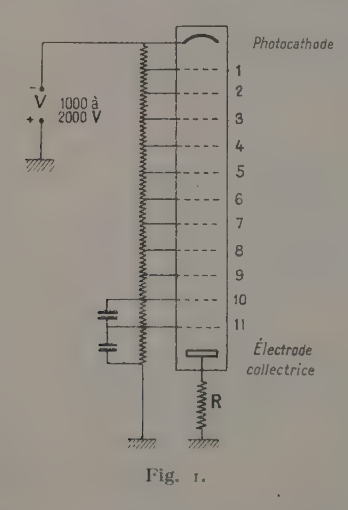


Fig. 1.

aux émissions lumineuses d'un cristal fluorescent traversé par des rayonnements, on recueille sur l'électrode collectrice des impulsions de tension.

La durée et le profil de chaque impulsion de tension sont liés à la durée et à l'intensité de l'émission lumineuse qui la provoque par l'intermédiaire de deux phénomènes :

— d'une part, la multiplication des électrons, qui amplifie le phénomène photoélectrique original, et en même temps introduit un étalement dans le temps : l'émission simultanée d'électrons sur la photocathode se répercutant à chaque étage par une émission d'électrons d'autant plus nombreux, mais aussi d'autant plus échelonnés dans le temps que l'étage est plus élevé;

— d'autre part, la réponse de l'électrode collectrice B au mouvement des charges dans l'intervalle compris entre elle et l'électrode précédente A sous la forme d'une variation de son potentiel.

C'est ce dernier phénomène qui a été soumis au calcul en considérant comme donnée la loi suivant laquelle, en fonction du temps, des électrons en nombre variable sont libérés par la dynode précédant l'électrode collectrice en direction de celle-ci. Le potentiel normal de l'électrode collectrice reliée à la terre par la résistance de fuite R est zéro. Dès qu'elle reçoit une charge, elle tend donc à la perdre et d'autant plus vite que R est plus petit. Si donc les émissions lumineuses auxquelles on soumet la photocathode sont discontinues, — ce qui est le cas lorsque ces émissions proviennent de l'interaction de rayonnements d'origine nucléaire avec un cristal — et si deux de ces émissions successives sont plus espacées que le temps mis par l'électrode collectrice à se décharger, on voit qu'effectivement chaque émission lumineuse fera apparaître une impulsion de tension sur l'électrode collectrice.

On voit aussi que selon la valeur relative de la durée de l'émission originelle et de la dispersion dans le temps provenant de la multiplication, la loi de départ des électrons de la dynode A sera très approximativement celle de la dispersion, celle de l'émission originelle ou une combinaison des deux.

Pour poursuivre la présente étude, on a admis que, par suite de dispositions prises par les constructeurs, grâce à des montages appropriés, ou en se limitant à un emploi judicieux de l'appareil, les trois conditions suivantes étaient toujours remplies :

1° Le potentiel de A et des dynodes précédentes est maintenant constant (grâce à des condensateurs de découplage);

2° Cette dynode forme écran électrostatique entre le dernier étage et les étages antérieurs;

3° Tous les électrons expulsés par cette dynode sont recueillis par l'électrode collectrice.

2. Variation de potentiel de l'électrode collectrice. — Pour étudier les variations élémentaires du potentiel $-u(t)$ de B (u en général positif), on a admis le schéma de fonctionnement de la figure 2

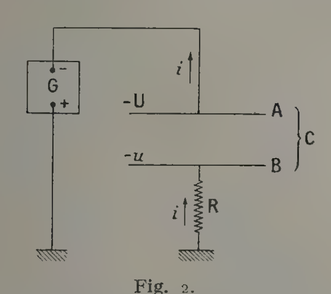


Fig. 2.

avec U positif (en pratique compris entre 100 et 200 V).

1° u et i sont liés par

$$u = Ri. \tag{1}$$

2° Pendant le mouvement des charges de A vers B, la puissance dépensée par le générateur G de résistance interne négligeable est somme :

— de la puissance dépensée en chaleur dans le circuit ;

— des variations pendant l'unité de temps de l'énergie électrostatique du système, de l'énergie cinétique des charges en mouvement, de l'énergie magnétique du système

$$Ui = Ri^2 + \frac{dW_e}{dt} + \frac{dW_c}{dt} + \frac{dW_m}{dt}, \tag{2}$$

$$(U-u)\frac{u}{R} = \frac{dW_e}{dt} + \frac{dW_c}{dt} + \frac{dW_m}{dt}. \tag{2 bis}$$

a. Énergie électrostatique. — Entre les armatures A et B et dans leurs voisinages, le champ électrique $\mathbf{E}$ est somme des champs $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$.

$\mathbf{E}_1$ dérive du potentiel V_1 défini par

$$\left.\begin{aligned} \Delta V_1 &= 0, \\ V_1 &= -U \quad \text{en tout point de A,} \\ V_1 &= 0 \quad \text{en tout point de B.} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$\mathbf{E}_2$ dérive du potentiel V_2 défini par

$$\left.\begin{aligned} \Delta V_2 &= +4\pi\rho, \\ V_2 &= 0 \quad \text{en tout point de A et de B,} \end{aligned}\right\} \tag{3 bis}$$

ρ désignant la valeur absolue de la densité des charges en tout point.

Ainsi les intégrales ci-dessous étant étendues à tout l'espace, armatures A et B exclues, on a

$$W_e = \iiint \frac{E^2}{8\pi}\,d\omega = \frac{1}{8\pi}\iiint E_1^2\,d\omega + \frac{1}{8\pi}\iiint E_2^2\,d\omega + \frac{1}{4\pi}\iiint \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\,d\omega. \tag{4}$$

La dernière intégrale est nulle si $\iint \mathbf{E}_1 V_2\,dS$ est nulle sur la sphère de l'infini, c'est-à-dire si aucune des charges d'espace ne s'éloigne à l'infini, ce qui est vrai lorsque toutes les charges parties de A atteignent B.

Comme

$$\frac{1}{8\pi}\iiint E_1^2\,d\omega = \frac{1}{2}C(U-u)^2,$$

il vient

$$\frac{dW_e}{dt} = -C(U-u)\frac{du}{dt} + \frac{1}{8\pi}\frac{d}{dt}\iiint E_2^2\,d\omega. \tag{5}$$

b. Énergie cinétique des charges de mouvement. — Excluant l'apport d'énergie par les charges expulsées de A (énergie non fournie par G) et la perte d'énergie des charges captées par B (énergie dissipée en chaleur non récupérée par G) $\frac{dW_c}{dt}$ se réduit à la variation d'énergie cinétique des charges provoquée par l'action du champ $\mathbf{E}$:

$$\frac{dW_c}{dt} = \iiint \rho\,\frac{m}{\varepsilon}\,v\,\frac{dv}{dt}\,d\omega$$

m étant la masse et ε la valeur absolue de la charge de l'électrode, v la vitesse et $\frac{dv}{dt}$ la variation de vitesse de chaque charge (variables de Lagrange).

Désignant par E_v la projection de $\mathbf{E}$ sur la vitesse

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\varepsilon}{m}E_v(1+\alpha), \tag{6}$$

avec

$$\alpha = \frac{r_0}{c}\,\frac{\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_v}{\frac{\varepsilon}{m}E_v};$$

r_0, rayon classique de l'électron ;

$\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_v$ = projection de $\frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt}$ sur la vitesse.

α provient de la réaction de rayonnement et est négligeable devant l'unité. On a donc avec une excellente approximation

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\varepsilon}{m}E_v$$

qui entraîne

$$\frac{dW_c}{dt} = -\iiint E_v(v\rho)\,d\omega = -\iiint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)\,\mathbf{v}\rho\,d\omega. \tag{7}$$

Si aucune charge partie de A ne s'éloigne à l'infini, on vérifie que

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{8\pi}\frac{d}{dt}\iiint E_2^2\,d\omega\\&=\frac{1}{4\pi}\iiint \mathbf{E}_2\frac{\partial \mathbf{E}_2}{\partial t}\,d\omega=\iiint E_2\mathbf{V}\rho\,d\omega,\\ \frac{dW_c}{dt}&=-\iiint \mathbf{E}_1\mathbf{v}\rho\,d\omega-\frac{1}{8\pi}\frac{d}{dt}\iiint E_2^2\,d\omega.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Soit $\mathbf{E}_0 = -\operatorname{\mathbf{grad}} V_0$, la solution de (3) pour $u = 0$. Dans la portion d'espace comprise entre les armatures A et B, ou en des points voisins de cette région, on a la relation

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{U-u}{U}\operatorname{\mathbf{grad}} V_0. \qquad (8\ bis)$$

Si donc les trajectoires des charges parties de A ne sortent pas de la portion d'espace où (8 *bis*) est valable, condition satisfaite, et satisfaite seulement si ces trajectoires rencontrent B, on peut porter dans (8) la valeur de $\mathbf{E}_1$ donnée par (8 *bis*).

Pour chaque charge élémentaire en mouvement, posant $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$, on a

$$\mathbf{E}_1\mathbf{v} = -\frac{U-u}{U}\operatorname{\mathbf{grad}} V_0\frac{d\mathbf{s}}{dt},$$

d'où

$$\iiint \mathbf{E}_1\mathbf{v}\rho\,d\omega = -C(U-u)\iiint \frac{1}{U}\frac{dV_0}{dt}\frac{\rho\,d\omega}{C}, \qquad (9)$$

$\frac{dV_0}{dt}\,dt$ représentant pour chaque charge élémentaire la variation de V_0 le long du trajet de la charge pendant le temps dt.

c. Énergie magnétique. — En admettant en première approximation une valeur moyenne L pour la self du circuit,

$$W_m = L\frac{i^2}{2}$$

et

$$\frac{dW_m}{dt} = Li\frac{di}{dt} = \frac{L}{R^2}u\frac{du}{dt}. \qquad (10)$$

d. Loi fondamentale de variation de μ. — Combinant (2 *bis*), (5), (8), (9), (10), et supposant $U-u$ non nul, il vient

$$\frac{du}{dt}\left(1-\frac{LC}{(RC)^2}\frac{\mu}{U-u}\right) = -\frac{u}{RC} + \iiint \frac{1}{U}\frac{dV_0}{dt}\frac{\rho\,d\omega}{C}. \qquad (11)$$

Pratiquement L est de l'ordre de 10 u.e.m. et C de 10 u.e.s. D'où $\frac{LC}{(RC)^2} = \frac{1000}{R^2}$ si R est exprimé en ohms. On voit donc que, sauf lorsque u devient très voisin de U, on fait une excellente approximation en remplaçant (11) par

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u}{RC} + \iiint \frac{1}{U}\frac{dV_0}{dt}\frac{\rho\,d\omega}{C}. \qquad (12)$$

La variation du potentiel induit sur B par les charges parties de A peut donc être considérée comme obéissant à deux lois simultanées :

1° loi de décharge du condensateur C;

2° une loi faisant dépendre la variation du potentiel de B uniquement du déplacement des charges en mouvement entre A et B. La variation induite par chaque charge δq se déplaçant entre deux points M et N étant égale à $\frac{\delta q}{C}\frac{V_{0M}-V_{0N}}{U}$. Si en particulier M est sur A et N sur B, la grandeur précédente devient $\frac{\delta q}{C}$.

3. **Lois du mouvement des charges dans le cas général.** — Le calcul précédent suppose que les charges sont accélérées par le champ électrostatique. Pour déterminer leur mouvement, il suffit d'adjoindre à (12) une relation exprimant la conservation des charges, la relation de Poisson et la relation existant entre le champ et l'accélération de chaque charge élémentaire :

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\mathbf{v}\rho)&=0,\\ \Delta V&=4\pi\rho,\end{aligned}\right\}\qquad(13)$$

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \varepsilon\operatorname{\mathbf{grad}} V = -\varepsilon\mathbf{E}. \qquad (14)$$

Il faut enfin préciser les conditions initiales et les conditions aux limites.

4. **Lois du mouvement dans un cas particulier.** — *a.* Dans le cas particulier où ρ, $\mathbf{v}$ et V ne dépendent que d'une seule variable d'espace, le système (13), (14) peut être remplacé par une seule équation. Il est alors commode d'utiliser la relation suivante : soit Σ une surface quelconque (voir *fig.* 3) enfermant complètement l'armature A; faisant déformer Σ de façon qu'elle enferme toujours les mêmes charges libres mobiles entre A et B,

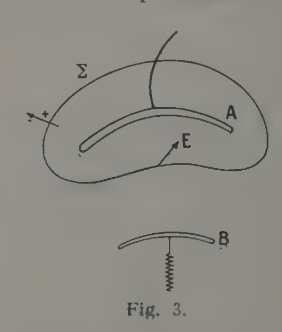


Fig. 3.

on montre que

$$i = \frac{u}{R} = -\frac{1}{4\pi}\iint_\Sigma \frac{d\mathbf{E}}{dt}\,d\Sigma. \tag{15}$$

$\frac{d\mathbf{E}}{dt}$ représente la dérivée par rapport au temps du champ qui s'applique à une même charge donnée en déplacement (variable de Lagrange).

Le cas particulier envisagé est réalisé lorsque le mouvement des charges se fait par couches de densité uniforme dont tous les éléments quittent A à un même instant et parviennent également ensemble sur B.

Le condensateur C peut être alors constitué avec des armatures sphériques concentriques, des cylindres coaxiaux ou des plans parallèles.

Pour que l'hypothèse du mouvement par couches soit justifiée, il suffit que A et B ne soient pas trop rapprochées, ce qui limite la tendance des couches à s'étaler en largeur, et que le champ E entraînant les charges de A vers B ne devienne pas trop petit.

Limitons-nous au cas d'un condensateur C formé de deux armatures planes parallèles d'épaisseur négligeable, de surface S et distantes de a, a étant petit par rapport aux autres dimensions. Les couches parties de A couvrent la surface S et la quantité

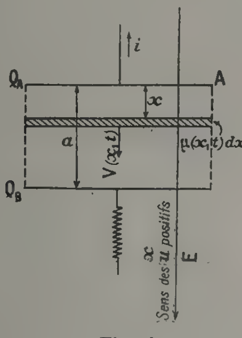


Fig. 4.

$\mu = \rho S$ ne dépend que de x et de t (*fig.* 4). L'équation (12) est alors remplacée par

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u}{RC} + \int_0^a \frac{v}{a}\,\frac{\mu\,dx}{C}. \tag{16}$$

Si **E** est négligeable hors du cylindre de base S et de hauteur a, (15) devient

$$\frac{u}{R} = -\frac{S}{4\pi}\,\frac{dE}{dt}. \tag{17}$$

Combinant (14) et (17), et remarquant que $C = \frac{S}{4\pi a}$, on a

$$\frac{am}{\varepsilon}\,\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{u}{RC}. \tag{18}$$

Le système (12), (13), (14) se réduit à (16), (18).

b. Remarque. — S'appuyant sur (18) on montre que le facteur α de l'équation (6) est toujours très petit et qu'on peut négliger la réaction de rayonnement.

c. Accélération initiale de chaque couche. — Le champ électrostatique sur A est donné par

$$E_{x=0}\,S = 4\pi\left[Q_A(t) - \frac{\mu(0, t)\,dx}{2}\right]$$

qui combiné avec (13) conduit à

$$\frac{dv}{dt}(0, t) = \frac{\varepsilon}{m}\,\frac{1}{Ca}\left[Q_A(t) - \frac{\mu(0, t)\,dx}{2}\right]. \tag{19}$$

$Q_A(t)$ représente la charge de A avec son signe à l'instant t.

$v(x, t)$, $\mu(x, t)$ les valeurs de v et μ au point d'abscisse x à l'instant t.

Si $-q(t)\,dt$ est la somme des charges quittant A entre les instants t et $t + dt$, $Q_A(t)$ est donné à un instant quelconque par

$$Q_A(t) = -CU - \int_0^t \frac{u}{R}\,dt + \int_0^t q\,dt. \tag{20}$$

5. **Étude des solutions du système** [16], [18], [19], [20]. — Définissons $\tau(x, t)$ le temps de transit ou temps mis pour aller de A en B par les charges qui a l'instant t ont l'abscisse x. Par convention, $\tau(0, t)$ et $\tau(a, t)$ se rapportent aux charges quittant A ou atteignant B à l'instant t.

Sauf précision contraire, il sera admis dans ce qui suit que les charges quittent A avec une vitesse nulle ou négligeable.

a. 1er cas. — Les charges partant de A forment une couche unique très mince de charge $-q$. Posons

$$\lambda = \frac{q}{CU}.$$

1° R infini. Électrode B isolée. On trouve

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)\frac{t^2}{\tau_0^2} = \frac{t^2}{\tau_1^2},\\ u &= \frac{q}{C}\,\frac{x}{a} = \frac{q}{C}\,\frac{t_2}{\tau_1^2}, \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

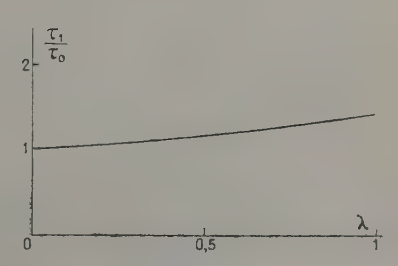


Fig. 5.

avec

$$\tau_0^2 = \frac{2\,ma^2}{\varepsilon U},$$

$$\tau_1^2 = \frac{2\tau_0^2}{2-\lambda} \quad (\textit{fig. } 5).$$

Pour un photomultiplicateur à 11 étages alimenté sous 2 000 V avec $a = 1$ cm, on trouve $\tau_c = 2{,}6 \cdot 10^{-9}$ s.

2° R fini. Soit $RC = \theta$. La solution peut s'exprimer en séries entières

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \frac{t^2}{\tau_1^2}\left\{1 + \lambda\frac{t^2}{\tau_0^2}\left[\frac{1}{30}\frac{t}{\theta} - \frac{1}{180}\left(\frac{t}{\theta}\right)^2 + \frac{1}{1\,260}\left(\frac{t}{\theta}\right)^3 + \dots\right]\right\}, \\ u &= \frac{q}{C}\frac{t^2}{\tau_1^2}\left[1 - \frac{1}{3}\frac{t}{\theta} + \frac{1}{12}\left(\frac{t}{\theta}\right)^2 + \dots\right]. \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Si $\frac{\tau_1}{\theta} \ll 1$ (ce qui avec $C = 10$ u.e.s. et $\lambda = 1$ entraîne $R \gg 400\ \Omega$), on peut se limiter aux premiers termes de développement.

b. 2e CAS. — Les charges ne sont pas expulsées toutes simultanément de A.

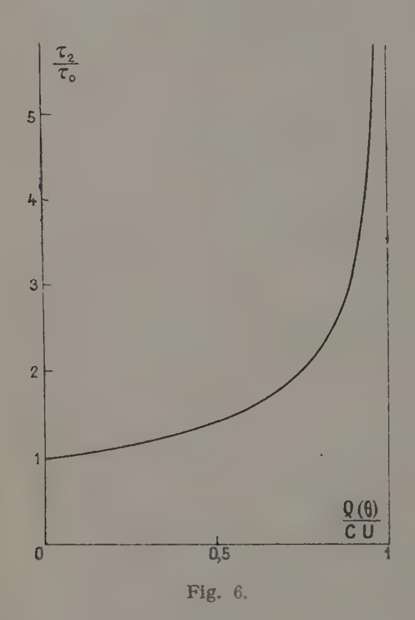


Fig. 6.

1° R infini : L'intégration de (16) donne

$$u(t) = \sum_{\delta q} \frac{x}{a}\frac{\delta q}{C}. \quad (23)$$

La somme étant étendue à toutes les charges parties de A avant l'instant t. Pour celles d'entre elles qui ont déjà atteint B, $\frac{x}{a} = 1$.

Appelant $Q(t) = \int_0^t q(t)\,\mathrm{d}t$ la somme des charges ayant quitté A avant l'instant t, on peut si aucune charge ne revient en arrière, mettre (23) sous la forme :

$$\left.\begin{aligned} u(t) &= \frac{Q(t')}{C}, \\ \text{avec} \quad t' &= t - \beta(t)\,\tau_2(a, t) \qquad (0 < \beta(t) < 1). \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

La variation du temps de transit, affecté ici de l'indice 2, s'obtient en combinant (18), (19), (20)

$$\tau_2(0, t) = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{Q(t)}{CU}}} \quad (\textit{fig. } 6). \quad (25)$$

Le potentiel que les charges parties de A peuvent induire sur B s'établit avec un retard au plus égal

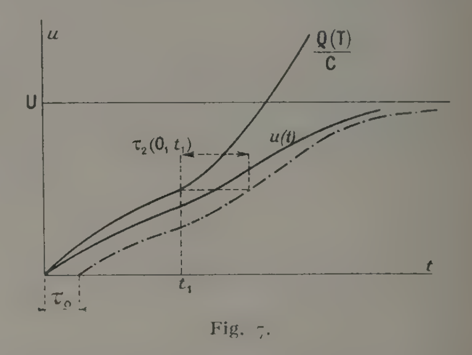


Fig. 7.

au temps de transit de la dernière de ces charges quittant A. Ce retard reste de l'ordre de τ_0, tant que $\frac{Q(t)}{CU}$ reste petit par rapport à 1. Sinon il peut tendre vers l'infini, mais il est alors évident que l'hypothèse du mouvement par couches n'est plus justifiée (voir *fig.* 7).

Si l'on admet que les charges quittant A ont une légère vitesse initiale (énergie maximum d'environ 3 eV), les raisonnements précédents sont encore valables, mais τ_2 prend des valeurs plus petites et n'est plus infini pour $Q(t) = CU$ (courbe pointillée sur la figure 7).

2° R fini : Soit

$$u_0(t) = \mathrm{e}^{-\frac{t}{\theta}} \int_0^t \mathrm{e}^{\frac{t}{\theta}} \frac{d}{\mathrm{d}t}\frac{Q(t)}{C}\,\mathrm{d}t,$$

la solution de l'équation

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\frac{u}{RC} + \frac{q(t)}{C}, \quad (26)$$

$u_0(t)$ représente le potentiel que prendrait B à l'instant t si le passage des charges de A en B était instantané. On peut, s'appuyant sur (24) et affectant

les temps de transit de l'indice 3, donner à (16) la forme

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u}{RC} + \frac{1}{C}\frac{d}{dt}Q[t-\beta(t)\tau_3(a, t)] \qquad (27)$$

dont on peut mettre la solution sous la forme

$$\left.\begin{array}{l} u(t) = u_0(t')\,e^{-\frac{1}{\theta}[\beta(t)\tau_3(a,t)-\beta(t'')\tau_3(a,t'')]}, \\ \text{avec} \\ t' = t-\beta(t)\tau_3(a,t) \qquad [0<\beta(t)<1,\ 0<t''<t]. \end{array}\right\} \qquad (28)$$

Cette formule généralise (24) : $u(t)$ reproduit $u_0(t)$ avec un retard inférieur à $\tau_3(a, t)$, mais cette reproduction n'est pas exacte en raison de l'exponentielle apparaissant dans (28). Cette exponentielle est voisine de 1 à plus de $\frac{\tau_3}{\theta}$ près tant que $\frac{\tau_3}{\theta}$ reste petit par rapport à l'unité; condition suffisante mais d'ailleurs non nécessaire (voir *fig.* 8).

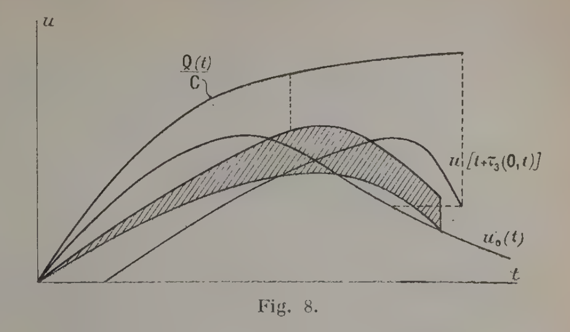


Fig. 8.

S'appuyant sur (18), (20) et (24), on peut donner

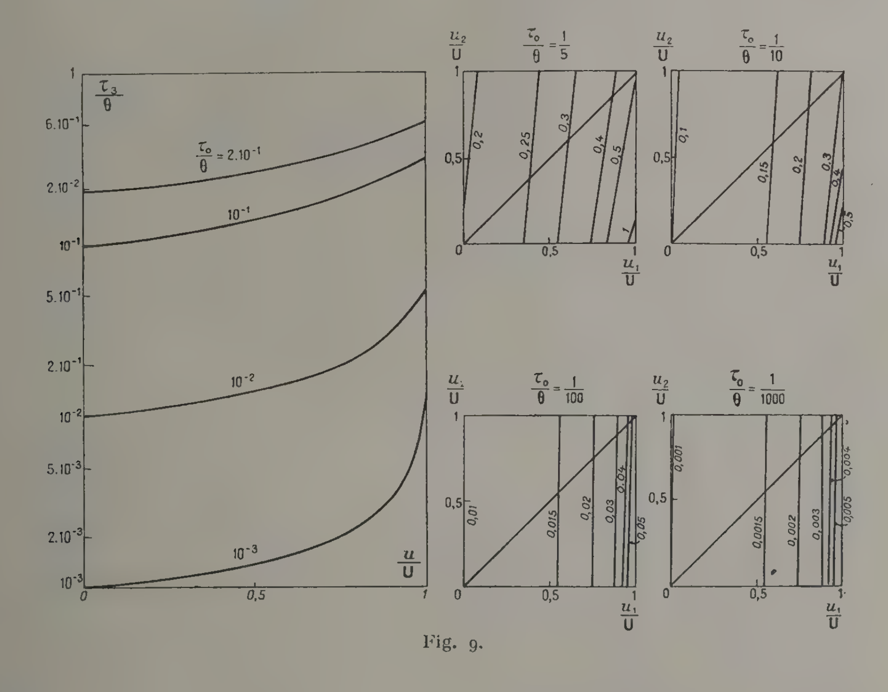


Fig. 9.

à (19) la forme

$$\frac{dv}{dt}(0, t) = \frac{2}{\tau_0^2}\left[1-\frac{u_1(t)}{U}\right], \qquad (29)$$

$u_1(t)$ supposé inférieur à U étant le potentiel que prendrait B à l'instant t si toutes les charges en mouvement à cet instant étaient acheminées instantanément sur B.

On déduit de là le mouvement d'une couche quittant A à l'instant t

$$\frac{x}{a} = \frac{(t-t_A)^2}{\tau_0^2}\left[1-\frac{u_1(t)}{U}\right] + \frac{(t-t_A)^3}{3\theta\tau_0^2}\frac{u_2(t)}{U}, \qquad (30)$$

$u_2(t)$ désignant une des valeurs prises par u entre les instants t_A et t.

Dans (30), faisons

$$t = t_B, \qquad \frac{x}{a} = 1 \qquad \text{et} \qquad t_B - t_A = \tau_3(0, t_A)$$

que par abréviation nous désignerons par τ_3. Il vient

$$\frac{\tau_3^3}{3\tau_0^2\theta}\frac{u_2}{U} + \frac{\tau_3^2}{\tau_0^2}\left(1-\frac{u_1}{U}\right) - 1 = 0 \qquad (31)$$

qui admet deux solutions limites :

1° u_2 petit,

$$\tau_3 \sim \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{u_1}{U}}} \quad \text{analogue à (25);}$$

2° u_2 voisin de u,

$$\tau_3 \sim \tau_0 \left(\frac{\theta}{\tau_0} \frac{3\,U}{u_2} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Dans le cas où l'on peut admettre que u varie peu au cours d'un transit (31) peut être assimilée à

$$\frac{1}{3} \frac{\tau_0}{\theta} \frac{u}{U} \left(\frac{\tau_3}{\tau_0} \right)^3 + \left(1 - \frac{u}{U} \right) \left(\frac{\tau_3}{\tau_0} \right)^2 - 1 = 0. \qquad (32)$$

Les équations (31) et (32) ont été résolues en $\frac{\tau_3}{\theta}$ pour diverses valeur de $\frac{\tau_0}{\theta}$ (*fig.* 9) $\frac{\tau_3}{\theta}$ dépend surtout de $\frac{u_1}{U}$, très peu de $\frac{u_2}{U}$, et reste de l'ordre de $\frac{\tau_0}{\theta}$, tant que $\frac{u_1}{U}$ n'approche pas trop l'unité. Dans le cas de (32) on voit que pour $u = U$, $\frac{\tau_3}{\theta}$ tend vers un maximum fini.

Exemple numérique : avec $C = 10$ u.e.s., $\tau_0 = 2{,}6.10^{-9}$ s, on a

R (Ω).	$\theta = RC$ (s).	$\left(\frac{3\theta}{\tau_0}\right)^{\frac{1}{3}}$.	τ_3 (s) pour $u = U$.	$\frac{\tau_3}{\theta}$ max.
10^5	10^{-6}	16,4	$2{,}7.10^{-8}$	10^{-1}
10^7	10^{-4}	49	$1{,}3.10^{-7}$	2.10^{-2}

Les valeurs calculées ci-dessus pour τ_3 sont encore inférieures si l'on admet pour les charges une légère vitesse initiale.

La condition $\frac{\tau_3}{\theta} \ll 1$ équivaut essentiellement à $\frac{\tau_0}{\theta} \ll 1$, et accessoirement à $\frac{u_2}{U}$ et surtout $\frac{u_1}{U}$ inférieur à 1 d'une quantité variant de quelques millièmes à quelques dixièmes selon que $\frac{\tau_0}{\theta}$ est plus ou moins négligeable devant l'unité.

Dans la pratique, où u ne s'élève guère au-dessus de $\frac{U}{2}$ et où R n'est jamais inférieur à quelques milliers d'ohms, $\frac{\tau_3}{\theta}$ est toujours beaucoup plus petit que 1, et l'approximation $u(t) \sim u_0(t')$ est très suffisante. En particulier la valeur maximum prise par $u(t)$, qui est la hauteur de l'impulsion mesurée sur B peut être assimilée au maximum atteint par u_0 solution de (26).

6. Retour au problème général exprimé par le système [12], [13] **et** [14]. — Les relations (24) et (28) peuvent être généralisées aisément pour toutes les formes d'armatures A et B. Mais il existe alors une valeur particulière du temps de transit pour chaque charge élémentaire expulsée de A. On peut montrer que le temps moyen varie avec la forme des armatures, qu'il est plus grand par exemple quand il y a focalisation, mais que son ordre de grandeur est respecté. Enfin la forme de (24) et (28) laisse à penser que l'approximation consistant à assimiler en première approximation $u(t)$ à $u_0(t)$ reste valable dans les mêmes conditions que précédemment relativement aux valeurs maximum admissibles pour $\frac{u}{U}$ et $\frac{\tau_0}{\theta}$.

7. Application. — La remarque finale du paragraphe 5 suggère une méthode permettant de recueillir des informations assez précises sur la fonction $q(t)$.

Admettons que $q(t)$ soit nul hors de l'intervalle $(0, T)$, ou plus exactement que $q(t)$ ne prenne de valeurs physiquement appréciables que dans cet intervalle. Soit U_M la valeur maximum atteinte par $u_0(t)$ solution de (26) dans l'intervalle $(0, T)$.

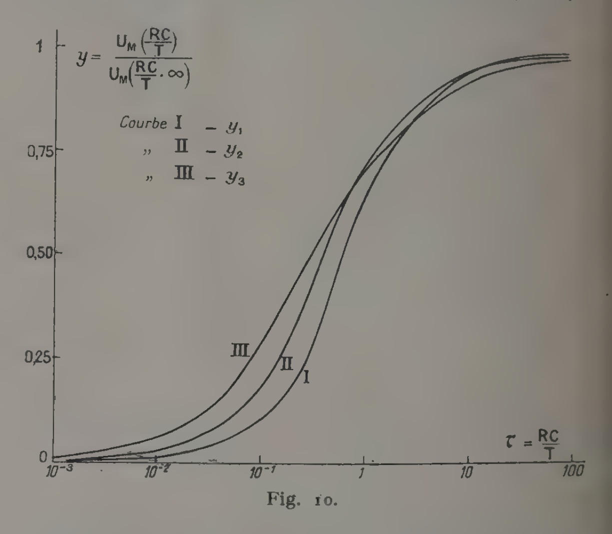


Fig. 10.

Pour une valeur de $Q(T)$, U_M dépend outre de la forme de $q(t)$, de la valeur de $\frac{\theta}{T}$. Posons

$$z = \frac{\theta}{T}, \qquad y = \frac{U_M\left(\frac{\theta}{T}\right)}{U_M\left(\frac{\theta}{T} = \infty\right)}.$$

La figure 10 représente les fonctions $y(z)$ dans trois cas :

$y_1(z)$ correspondant à

$$q_1(t) = 1;$$

$y_2(z)$ correspondant à

$$q_2(t) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T}\right);$$

$y_3(z)$ correspondant à

$$q_3(t) = e^{\frac{2\pi t}{T}}.$$

Les courbes sont assez voisines. Traçant une courbe expérimentale $y(\theta)$ pour des impulsions données,

il sera facile de déterminer approximativement T. Comparant, d'autre part, la forme de la courbe y expérimentale aux trois courbes y_1, y_2, y_3 (on peut en construire d'autres), il sera aisé d'obtenir de sérieuses présomptions sur la nature de $q(t)$.

8. **Dispositif expérimental.** — Sur le dispositif de la figure 11, r_1 et r_2 ont quelques mégohms, γ_1 et γ_2 capacités parasites quelques picofarads

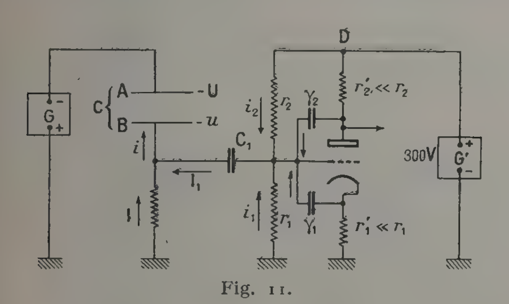


Fig. 11.

et C_1 est une capacité de liaison grande par rapport à C. On doit remplacer (1) et (2) respectivement par

$$\left.\begin{aligned} u &= RI, \\ i &= I + I_1 = I + i_1 + i_2 + \frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}; \end{aligned}\right\} \qquad (33)$$

$$Ui = RI^2 + r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2 + \frac{\mathrm{d}W'_e}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}W_c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}t},$$

$$\frac{\mathrm{d}W'_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} + C_1(v_g + u)\left(\frac{\mathrm{d}v_g}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right) + \gamma_1 v_g \frac{\mathrm{d}v_g}{\mathrm{d}t} + \gamma_2 v_g \frac{\mathrm{d}v_g}{\mathrm{d}t},$$

v_g désignant le potentiel du point G_R (abstraction faite des éléments constants). Si C_1 est grand par rapport à C, γ_1 et γ_2, si $r'_1 \ll r_1$, $r'_2 \ll r_2$, si $r'_1\gamma_1$ et $r'_2\gamma_2 < RC$ et si l'alimentation de l'appareil de mesure à une faible résistance interne et une grande capacité, on montre que v_g reste sensiblement égal à $-u$ dans tout l'intervalle 0, T, d'où l'on déduit

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\frac{u}{R'C'} + \iiint \frac{1}{U}\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t}\frac{\rho\,\mathrm{d}\omega}{C'},$$

avec

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2},$$

$$C' = C + \gamma_1 + \gamma_2.$$

9. **Conclusion.** — La linéarité d'un photomultiplicateur peut se définir comme la constance du rapport entre l'amplitude des émissions lumineuses d'une nature déterminée reçues par la photocathode, et la hauteur des impulsions de tension correspondantes recueillies sur la dernière électrode.

La constance du rapport dépend d'une part de la constance de la sensibilité de la photocathode, et de la constance du rapport de multiplication, d'autre part de la linéarité du phénomène qui a fait l'objet de la présente étude. Pour que celle-ci soit réalisée, il faut plusieurs conditions :

Tout d'abord si une charge $Q(T)$ est émise par l'électrode A au cours d'un intervalle (0, T) suivant la loi élémentaire $q(t)\mathrm{d}t$, la hauteur de l'impulsion recueillie sur B est donnée dans les conditions normales d'expérience, et d'une manière très suffisamment approchée par la valeur maximum prise par u_0 solution de (26). Pour que cette valeur soit indépendante de $q(t)$, il suffit que

$$T \ll \theta, \qquad \text{avec} \quad \theta = R'C'.$$

Cette condition est réalisée en choisissant R' suffisamment grand. Ce faisant, on satisfait dans la plupart des cas à la condition $\tau_3 \ll \theta$, et la hauteur de l'impulsion recueillie sur B est $\frac{Q(T)}{C'}$.

Pour que le résultat précédent soit vrai, il faut en outre qu'aucun électron ne se perde entre A et B. Ceci implique :

— que l'espace compris entre A et B ne soit jamais saturé par les charges d'espace;

— que le temps de transit reste toujours relativement petit $\tau_3 \ll \theta$;

— que le potentiel de B ne devienne jamais trop voisin de celui de A [ce qui suppose $Q(T) < CU$];

— que la fonction $q(t)$ ait une pente assez régulière pour éviter le défaut d'homogénéité du nuage électronique en mouvement, qui favorise les effets de répulsion latérale des électrons.

Les quatre conditions ci-dessus se recouvrent plus ou moins complètement entre elles et avec la précédente. Il conviendra dans chaque cas particulier — nature des impulsions, type d'appareil, conditions d'emploi — de vérifier dans quelle mesure elles sont remplies, et comment il convient en conséquence d'apporter des termes correctifs aux équations de la théorie élémentaire du phénomène.

Je tiens à remercier particulièrement M. G. Ambrosino dont les suggestions et les critiques avisées m'ont aidé à préciser certains points importants de ce travail, ainsi que M. Maurice de Broglie pour ses précieux encouragements.

Manuscrit reçu le 26 novembre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

Seitz F. et Mueller D. W. — *Phys. Rev.*, 1950, **78**, 605.
Blanc D., Detœuf J. F. et Maignan P. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 567.
Kallmann H. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 623.
Rossi B. et Staub M. M. — Ionisation chambers and counters, chap. III. Mac Grow Hill Book Compagny Incorporation.
Birks J. B. — Scintillation counters. Pergamon Press.
Leuba P. — *Journ. Physique Rad.*, 1955, **16**, 161.

SUR LES BASES PHYSIQUES DE L'ANALYSE PONCTUELLE PAR SPECTROGRAPHIE X

Par RAYMOND CASTAING,
Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse

et JACQUES DESCAMPS,
Ingénieur de recherches à l'O. N. E. R. A.

Sommaire. — Afin d'établir sur des bases physiques les diverses opérations intervenant dans une analyse ponctuelle par spectrographie X, des mesures ont été effectuées pour déterminer expérimentalement la répartition en profondeur de l'émission caractéristique d'une anticathode, ainsi que l'importance relative de l'émission secondaire de fluorescence excitée par le spectre continu.

Rappelons brièvement le principe du microanalyseur à sonde électronique [1]. Un faisceau délié d'électrons, de diamètre voisin du micron, est amené à bombarder un point déterminé de la surface d'un échantillon. L'analyse spectrographique du rayonnement X émis par la région bombardée permet de déterminer la constitution chimique de cette région, dont le volume est de l'ordre du micron cube. Nous nous proposons de discuter ici les divers facteurs qui peuvent venir influencer la précision de cette analyse chimique.

Nous supposerons tout d'abord que l'échantillon, homogène dans une région étendue, contient n éléments A_i de concentrations massiques respectives c_i; nous voulons déterminer la concentration massique c_A de l'un de ces constituants, soit A. Nous comparons dans ce but l'émission I_A de l'échantillon dans la raie $K\alpha_1$ de l'élément A à l'émission $I(A)$, dans la même raie $AK\alpha_1$ et sous les mêmes conditions de bombardement électronique, d'un témoin constitué par l'élément A pur; l'opération consiste donc à faire deux lectures sur le spectrographe, en amenant successivement sous l'impact du faisceau d'électrons la région à analyser et le témoin A. Montrons que la concentration de l'élément A dans la région analysée est alors fournie par la relation très simple, valable en première approximation

$$\frac{I_A}{I(A)} = c_A.$$

Considérons, en effet, la trajectoire d'un électron au sein de l'échantillon. Le long de cette trajectoire l'électron voit son énergie E passer de $E_0 = eV_0$, (V_0 étant la tension accélératrice du faisceau) à o, cette énergie E étant fonction du trajet x parcouru depuis le point d'impact. Soit $E_K = eV_K$ le seuil d'excitation de la couche K de l'élément A, et n_K le nombre d'électrons K(A) présents par centimètre cube dans l'échantillon. Le nombre d'ionisations K(A) produites sur le trajet dx est alors

$$\mathrm{d}n = \Phi(E, E_K, n_K)\,\mathrm{d}x.$$

La fonction d'ionisation Φ contient n_K en facteur, et l'on peut écrire, en désignant par ρ la densité de la région analysée, par A la masse atomique de l'élément A, et par ψ_A une fonction ne dépendant que des caractéristiques de l'élément A

$$\mathrm{d}n = \frac{\rho c_A}{A} \frac{\psi_A(E)\,\mathrm{d}E}{\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}}.$$

Admettons en première approximation pour loi de ralentissement de l'électron la loi de Williams [2]

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 1,69.10^{-9}\rho\beta^{-1,5}.$$

$\beta = \frac{v}{c}$ n'étant fonction que de l'énergie E de l'électron, il vient

$$\mathrm{d}n = \frac{c_A}{A} f_A(E)\,\mathrm{d}E,$$

la fonction f_A ne dépendant que des caractéristiques de l'élément A. Le nombre total d'ionisations K (A) créées par l'électron le long de sa trajectoire est dès lors

$$n = \frac{c_A}{A}\int_{E_0}^{E_K} f_A(E)\,\mathrm{d}E.$$

Le même électron aurait créé dans l'élément A pur un nombre d'ionisations

$$n' = \frac{1}{A}\int_{E_0}^{E_K} f_A(E)\,\mathrm{d}E.$$

Négligeons pour le moment l'absorption du rayonnement X dans l'échantillon; il est clair dans ces conditions que le rapport $\frac{I_A}{I(A)}$ des intensités lues dans le spectrographe est égal au rapport $\frac{n}{n'}$ des nombres d'ionisations créées par un électron dans la région analysée et dans l'élément A pur. On en tire alors la relation cherchée, valable en première approximation

$$\frac{I_A}{I(A)} = c_A.$$

Dans une seconde approximation nous pouvons

admettre pour le ralentissement des électrons la loi proposée par Webster [2], qui s'écrit pour l'élément pur A de nombre atomique Z_A

$$\frac{dE}{dx} = 1{,}69.10^{-9}\beta^{-1,4}\rho_A 2\frac{Z_A}{A}$$

et devient pour l'anticathode complexe

$$\frac{dE}{dx} = 1{,}69.10^{-9}\beta^{-1,4}2\rho\sum\frac{c_i Z_i}{A_i}.$$

Le même calcul conduit alors à la relation

$$\frac{I_A}{I(A)} = \frac{c_A\frac{Z_A}{A}}{\sum c_i\frac{Z_i}{A_i}}.$$

Si l'on désigne par n_i le nombre d'atomes A_i par centimètre cube dans l'échantillon, les deux approximations envisagées peuvent s'écrire :

$$\frac{I_A}{I(A)} = \frac{n_A A}{\sum n_i A_i}, \qquad (1)$$

$$\frac{I_A}{I(A)} = \frac{n_A Z_A}{\sum n_i Z_i}. \qquad (2)$$

Nous retrouvons ainsi de façon un peu différente les deux approximations précédemment introduites par l'un de nous [1].

Remarquons que ce calcul ne peut conduire qu'à des résultats approximatifs, et cela pour deux raisons :

1° Il suppose que la trajectoire de l'électron, ou tout au moins la portion de cette trajectoire où l'électron a une énergie supérieure à E_K, est entièrement comprise dans l'anticathode, ce qui est inexact comme nous le verrons plus loin.

2° Il néglige l'émission secondaire de fluorescence de l'anticathode, sur l'importance de laquelle nous reviendrons un peu plus loin.

Enfin nous avons négligé jusqu'à présent l'absorption du rayonnement X dans l'échantillon lui-même, ce qui est indamissible dans la plupart des cas; nous allons maintenant chercher la correction à apporter de ce fait au résultat de la mesure. Nous considérons pour fixer les idées une anticathode plane, constituée par l'élément A pur, de densité ρ, recevant normalement à sa surface un faisceau d'électrons de tension accélératrice V, et désignerons par θ l'angle d'émergence du faisceau X analysé.

Soit I l'intensité qu'enregistrerait le spectrographe dans la raie $AK\alpha_1$ si l'absorption du rayonnement X dans l'anticathode n'existait pas, et dI la fraction de cette intensité émise par une couche infiniment mince d'épaisseur dz, située à la profondeur z au-dessous de la surface de l'anticathode. Nous mesurerons les épaisseurs en masses par unité de surface et écrirons

$$dI = \varphi_A(\rho z)\,d(\rho z).$$

La fonction φ_A, sur laquelle nous reviendrons plus loin, représente la répartition en profondeur de l'émission caractéristique $AK\alpha_1$ dans une anticathode formée de l'élément A et soumise à un bombardement électronique normal de tension accélératrice V.

En l'absence d'absorption du rayonnement X dans l'anticathode, le spectrographe enregistrerait donc une intensité

$$I = \int_0^\infty \varphi_A(\rho z)\,d(\rho z).$$

En fait, le coefficient d'absorption massique du rayonnement $AK\alpha_1$ dans l'anticathode étant $\frac{\mu}{\rho}$, le spectrographe enregistre une intensité réelle I'

$$I' = \int_0^\infty \varphi_A(\rho z)\,e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho z \operatorname{cosec}\theta}\,d(\rho z)$$

à partir de laquelle on obtiendra l'intensité « corrigée de l'absorption » I par la relation

$$I = I'\frac{F(0)}{F\left(\frac{\mu}{\rho}\operatorname{cosec}\theta\right)}$$

en désignant par F la transformée de Laplace de la fonction φ_A

$$F(\chi) = \int_0^\infty \varphi_A(u)\,e^{-\chi u}\,du.$$

La courbe représentant la variation de la fonction F en fonction de l'argument $\chi = \frac{\mu}{\rho}\operatorname{cosec}\theta$ a pu être obtenue expérimentalement par l'un de nous [1] dans le cas d'une anticathode de fer, et utilisée comme courbe de correction d'absorption unique, valable, à condition que la tension accélératrice des électrons reste toujours la même, pour tous les échantillons et tous les rayonnements caractéristiques. Ceci revient à supposer que la fonction φ ne dépend en gros que de la tension accélératrice du faisceau, et constitue une approximation assez grossière. En fait, une détermination exacte de la correction d'absorption exige la connaissance de la loi de répartition en profondeur de l'émission X dans l'anticathode, sur laquelle on ne possédait jusqu'à présent aucune donnée expérimentale précise. Nous avons alors entrepris quelques expériences dans le but de déterminer directement la forme de la fonction φ pour des anticathodes de natures diverses.

I. Répartition en profondeur de l'émission caractéristique. — 1. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA FONCTION φ. — Pour déterminer expérimentalement la variation de la fonction $\varphi(\rho z)$, il suffit en principe d'isoler l'émission $AK\alpha_1$ d'une

mince tranche de l'anticathode, d'épaisseur constante dz, placée à des profondeurs de plus en plus grandes au sein de celle-ci. La mesure ne peut avoir évidemment qu'une valeur relative et ne représente qu'à un coefficient près l'émission totale de la tranche dz; mais ce coefficient, qui dépend de l'ouverture du faisceau analysé, du rendement du spectrographe, de l'absorption par les fenêtres, etc., est invariable à condition que le réglage du spectrographe et les caractéristiques du faisceau électronique restent les mêmes au cours de toute la série de mesures, à condition également que le résultat de la mesure soit chaque fois corrigé de l'absorption dans l'anticathode elle-même, absorption qui dépend de la profondeur de la couche émissive.

Nous choisirons comme unité l'intensité du rayonnement caractéristique émis dans les mêmes conditions par une couche dz identique isolée dans l'espace et soumise au même bombardement électronique normal. Cette unité est directement liée à la valeur de la fonction d'ionisation et à l'épaisseur de la couche dz; cette dernière, en effet, du fait qu'elle est infiniment mince, est traversée normalement par les électrons, le parcours de chacun d'eux étant exactement égal à dz. Le choix de cette unité permet alors d'obtenir de façon absolue la fonction $\varphi(\rho z)$ représentant la répartition en profondeur de l'émission caractéristique de l'anticathode soumise à un bombardement électronique de tension accélératrice donnée.

Il s'agit donc de séparer de l'émission totale de l'anticathode celle d'une couche déterminée; on peut y arriver par un artifice consistant à remplacer la couche dz par une mince couche d'un élément B voisin de l'élément A, dont les propriétés au point de vue diffusion du faisceau d'électrons sont par suite sensiblement les mêmes, mais dont l'émission caractéristique $BK\alpha_1$ peut aisément être séparée de l'émission $AK\alpha_1$ de l'ensemble de l'anticathode au moyen du spectrographe. Dans ce qui suit, nous désignerons sous le nom de « traceur » cette mince couche de l'élément B. Le choix du traceur est limité par les conditions suivantes :

a. L'élément qui le constitue doit être le plus voisin possible dans la classification périodique de l'élément A constituant l'anticathode;

b. L'émission caractéristique du traceur ne doit pas être susceptible d'excitation par fluorescence par une raie intense de l'élément A;

c. La raie émise par le traceur doit être peu absorbée par l'élément A de manière à réduire la correction d'absorption dans l'anticathode.

Nous décrirons le processus opératoire utilisé dans notre première série d'expériences, et qui nous a permis de déterminer par utilisation d'un traceur de zinc la répartition en profondeur de l'émission Cu $K\alpha_1$ d'une anticathode de cuivre soumise à un bombardement électronique sensiblement normal de tension accélératrice 29 kV.

Un bloc de cuivre soigneusement poli est recouvert par vaporisation sous vide d'une couche de zinc de 0,03 mg/cm² d'épaisseur environ; on recueille simultanément, sur un mince film de collodion placé dans l'appareil d'évaporation au voisinage immédiat de la surface du bloc, une couche de zinc identique qui pourra par la suite être considérée comme isolée, le collodion jouant un rôle tout à fait négligeable. Puis, sur diverses régions de la surface du bloc déjà recouvert de zinc, on dépose (*fig.* 1), toujours par vaporisation sous vide,

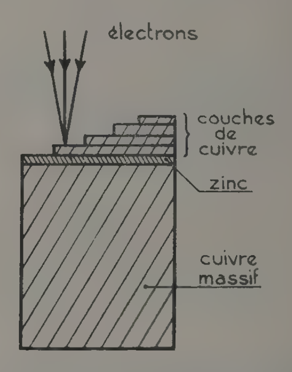


Fig. 1. — Schéma des échantillons utilisés dans la détermination de φ.

des couches de cuivre d'épaisseurs croissantes, soit par exemple : 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1 et 2 mg/cm². Les diverses couches sont déposées simultanément sur des plaques de grande dimension, ce qui permet de déterminer avec précision leur épaisseur par pesée, au prix de quelques corrections. On dispose alors de tout le matériel expérimental nécessaire, à savoir des couches de zinc d'épaisseurs rigoureusement égales, dont l'une est isolée et les autres plus ou moins enfoncées au sein d'une anticathode de cuivre. On mesure alors (au moyen d'un spectrographe à quartz courbé et compteur) l'intensité émise dans la raie Zn $K\alpha_1$ lorsque les diverses portions de la surface, qui correspondent à diverses valeurs de la profondeur z, sont amenées successivement sous l'impact d'une sonde électronique de tension accélératrice et d'intensité constantes. L'opération est conduite au sein du microanalyseur à sonde électronique; la constance de la tension est constamment surveillée en cours d'opération; la constance de l'intensité électronique est vérifiée entre chaque mesure en amenant sous l'impact de la sonde un bloc de zinc pur dont l'émission Zn $K\alpha_1$ doit rester rigoureusement constante. On prend comme unité l'intensité enregistrée dans le spectrographe lorsque la sonde frappe la couche de zinc déposée sur collodion; on obtient ainsi la courbe

de variation de la fonction $\varphi_{Cu}(\rho z)$. On n'a pas à tenir compte de l'absorptoin du rayonnement dans la couche de zinc, le terme correctif s'éliminant lorsqu'on forme le rapport des deux intensités; par contre, chaque mesure d'intensité est corrigée de l'absorption subie par le rayonnement Zn $K\alpha_1$ dans la couche de cuivre superficielle. Il nous faut, d'autre part, tenir compte du fait que la couche de zinc a une épaisseur finie; on se contente de décaler la courbe parallèlement à l'axe des ρz d'une quantité égale à la moitié de la masse superficielle de cette couche.

La courbe ainsi obtenue est représentée sur la figure 2. On a porté en abscisse la quantité ρz

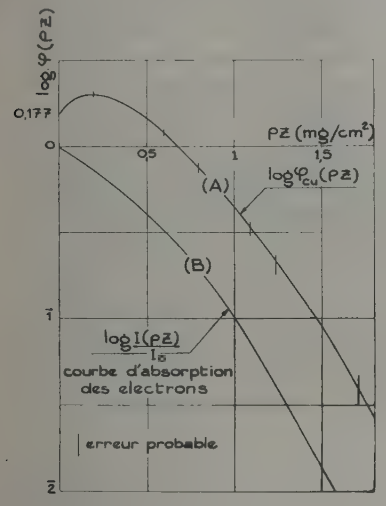


Fig. 2. — Courbe représentative de la fonction φ_{Cu}.

(ρ étant la masse spécifique du cuivre), en ordonnée le logarithme de la fonction φ_{Cu}. Rappelons que l'unité, c'est-à-dire l'ordonnée 0, correspond à l'émission de la couche isolée dans l'espace, et soumise au bombardement du même faisceau électronique.

L'observation de la courbe (*fig.* 2) suggère plusieurs remarques :

1° La courbe ne part pas de 0 à l'origine, soit $\varphi_{Cu}(0) > 1$, ce qui signifie que la couche de zinc voit son émission renforcée du fait qu'elle est posée sur un bloc de cuivre. Cela tient principalement au fait que certains électrons après avoir traversé la couche une première fois lors de leur impact sur l'anticathode, viennent la retraverser en sens inverse après une diffusion en retour sur le bloc de cuivre sous-jacent; signalons également qu'un léger renforcement de l'émission provient de l'excitation par fluorescence d'un rayonnement secondaire dans la couche de zinc sous l'effet du spectre continu émis par le bloc de cuivre.

2° La fonction φ_{Cu} commence par croître aux faibles profondeurs : le fait de recouvrir une couche de zinc d'une mince couche de cuivre renforce donc son émission bien que le cuivre absorbe partiellement les électrons du faisceau. On pourrait songer à attribuer cet effet curieux au ralentissement des électrons par la couche de cuivre, qui peut entraîner dans certaines conditions une croissance de la fonction d'ionisation; mais remarquons que le seuil d'excitation de la couche Zn K étant 10 kV environ, le taux d'excitation $\frac{V}{V_K}$ est de l'ordre de 3 pour les couches superficielles de l'anticathode, il en résulte que la fonction d'ionisation [3] se trouve au voisinage de son maximum; le ralentissement des électrons est par ailleurs très faible (de l'ordre de 1 kV pour une épaisseur de cuivre de 0,2 mg/cm²) et ne saurait donc entraîner une variation sensible de la fonction d'ionisation. Il faut chercher en réalité dans la diffusion progressive du faisceau d'électrons lors de sa pénétration dans l'anticathode la cause de cette curieuse croissance initiale de la fonction φ_{Cu} : cet effet se trouve ainsi en excellent accord avec la théorie élémentaire développée antérieurement par l'un de nous [1] : les électrons à la sortie de la couche de cuivre ont des directions plus inclinées en moyenne sur la normale à la couche, d'où un parcours plus grand dans le zinc et un plus grand nombre d'ionisations, bien que le nombre des électrons soit plus faible. L'effet de cette diffusion progressive se fait sentir jusqu'à une profondeur correspondant à un régime de diffusion complète, à partir de laquelle l'angle d'incidence moyen des électrons devient constant.

3° Une fois le régime de diffusion complète établi, la décroissance de φ_{Cu} devient grossièrement exponentielle et de la forme $e^{-\sigma\rho z}$, le σ obtenu étant voisin

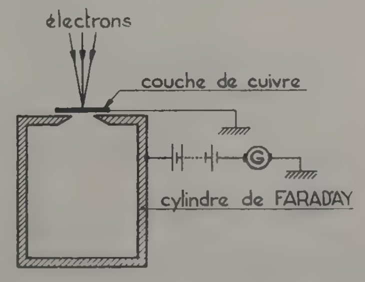


Fig. 3. — Schéma du montage sur l'absorption des électrons.

du coefficient d'absorption massique correspondant d'après Lenard, à des électrons de 29 kV; il était donc intéressant de comparer la décroissance de l'émission X avec la décroissance du nombre d'électrons atteignant la couche de zinc. Nous avons alors étudié sommairement, dans le même appareil,

l'absorption des électrons de 29 kV dans des couches de cuivre au moyen d'un dispositif expérimental analogue à celui de Terrill [4]. Un cylindre de Faraday (*fig.* 3) permet de recueillir les électrons transmis dans un angle solide aussi voisin que possible de 2π. Une difficulté provient du fait que le cylindre, s'il n'est pas polarisé, reçoit, outre les électrons du faisceau qui ont traversé la couche, de nombreux électrons secondaires de faible vitesse. S'il est trop fortement polarisé par contre, certains électrons transmis, fortement déviés, peuvent être repoussés; les mesures ne sauraient donc être vraiment précises avec un tel dispositif; nous avons tracé figure 4 les diverses courbes d'absorption

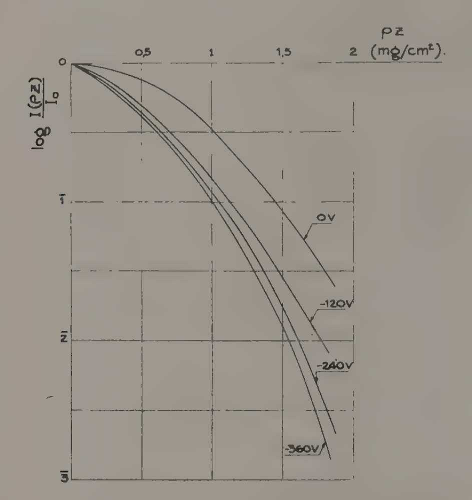


Fig. 4. — Absorption des électrons dans le cuivre. Influence de la polarisation du cylindre de Faraday.

obtenues pour des valeurs croissantes de la polarisation négative du cylindre de Faraday; on remarque qu'au voisinage de 400 V la valeur de la polarisation n'a plus qu'une faible influence sur la forme de la courbe d'absorption, ce qui semble indiquer que tous les électrons secondaires sont repoussés. Si l'on compare la courbe d'absorption correspondante à la courbe représentant la répartition en profondeur de l'émission caractéristique (voir *fig.* 2), on remarque alors que $\varphi_{Cu}(\rho z)$, une fois atteint le régime de diffusion complète, décroît à peu près comme le nombre d'électrons du faisceau atteignant la couche. Nous vérifions ainsi [1] que la variation de l'émission X avec la profondeur est principalement gouvernée par la diffusion progressive et l'absorption des électrons dans l'anticathode, leur ralentissement ne jouant qu'un rôle tout à fait secondaire tant que le taux d'excitation $\frac{V}{V_K}$ est au moins égal à 3.

Ceci nous permet de justifier *a posteriori* l'utilisation de l'artifice des « traçeurs »; dans le cas que nous venons d'étudier, par exemple, on pourrait objecter que le remplacement du cuivre par du zinc entraîne pour la forme de la courbe de répartition du rayonnement caractéristique une erreur systématique, du fait que les seuils d'excitation K des deux métaux sont un peu différents; le fait que la vitesse des électrons ne joue qu'un rôle tout à fait secondaire tant que le taux d'excitation est supérieur à 3 nous permet d'affirmer que cette erreur est très faible; nous en obtiendrons un peu plus loin une vérification directe.

Signalons enfin que, dans l'établissement d'une telle courbe une difficulté se présente du fait que, aux grandes profondeurs, le contraste entre l'intensité du rayonnement caractéristique émis par la couche et le fond continu émis par l'ensemble de l'anticathode devient trop faible pour une mesure précise.

On peut tourner cette difficulté en donnant au « traceur » une épaisseur plus forte pour les mesures aux grandes profondeurs. Mais il est délicat de comparer entre eux des résultats obtenus, les uns avec un traceur très mince, les autres avec un traceur relativement épais. Reportons-nous aux raisons qui ont guidé le choix de l'unité d'intensité, choix destiné à donner aux mesures une signification absolue : cette émission unité est obtenue lorsque tous les électrons parcourent dans la couche un trajet bien déterminé et égal à dz. C'est ce qui se produit automatiquement dans le cas d'une couche mince isolée et bombardée normalement; par contre, si nous utilisons comme « traceur » une couche épaisse, une certaine diffusion du faisceau électronique intervient dans la couche et le parcours des électrons est en moyenne un peu supérieur à l'épaisseur de la couche.

Pour que les mesures effectuées avec la couche épaisse représentent exactement les variations de la fonction $\varphi(\rho z)$ (relative à une couche infiniment mince), il convient alors de choisir comme unité pour ces mesures non plus l'émission réelle de la couche épaisse isolée dans le vide, mais l'émission d'une couche idéale, de même épaisseur, que les électrons traverseraient normalement sans subir de diffusion. L'émission réelle de la couche a subi en fait par rapport à cette émission idéale un renforcement qui provient de la diffusion progressive des électrons en son sein. On pourra admettre que ce renforcement est le même que celui qui serait produit par une couche diffusante de même nature et d'épaisseur $\frac{e}{2}$ placée au-dessus de la couche idéale. Le terme correctif se déduit alors immédiatement de la pente au départ de la courbe $\varphi(\rho z)$ relative à un élément voisin de l'élément choisi comme traceur.

La courbe de répartition de l'émission caractéristique dans le zinc ayant ainsi été obtenue, nous avons cherché à tracer les courbes correspondantes

pour un métal léger et un métal lourd, en utilisant toujours le même potentiel accélérateur de 29 kV, ce dernier point étant évidemment de première importance pour une comparaison ultérieure des courbes de répartition obtenues. Les métaux choisis ont été l'aluminium et l'or, la courbe φ_{Al} étant obtenue au moyen d'un traceur de cuivre, et la courbe φ_{Au} (relative à la répartition de l'émission Au $L\alpha_1$) étant obtenue au moyen d'un traceur de bismuth; on remarquera que le choix des traceurs, imposé par des conditions de commodité, est moins satisfaisant que dans le cas du cuivre. Le taux d'excitation de la raie Au $L\alpha_1$ est nettement inférieur à 3 pour une tension de faisceau de 29 kV; il ne semble pas cependant qu'il doive en résulter une erreur importante sur la forme de la courbe φ_{Au}. En ce qui concerne l'aluminium, son seuil d'excitation (1,55 kV) est beaucoup plus faible que celui du cuivre, et il peut en résulter une erreur systématique sérieuse dans la forme de la courbe de répartition aux grandes profondeurs. Nous avons tenté d'estimer approximativement cette erreur en déterminant la courbe φ_{Al} au moyen de traceurs de cuivre, de chrome, de zinc et de bismuth pour lesquels les seuils d'excitation sont nettement différents l'un de l'autre. Les courbes obtenues (*fig.* 5) avec le chrome $\left(\frac{V}{V_{K(Cr)}} = 4,85\right)$, le cuivre

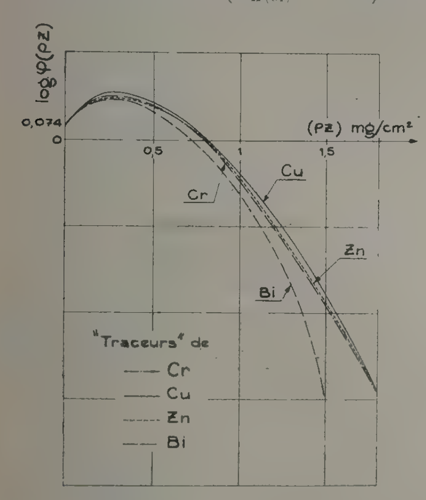


Fig. 5. — φ_{Al}. Influence de la nature des « traceurs ».

$\left(\frac{V}{V_{K(Cu)}} = 3,28\right)$ et le zinc $\left(\frac{V}{V_{K(Zn)}} = 3,01\right)$ sont très voisines; la courbe obtenue avec le bismuth, par contre, s'en détache assez nettement, le taux d'excitation $\frac{V}{V_{L_{III}(Bi)}} = 2,17$ étant trop faible. Nous vérifions ainsi que la diffusion et l'absorption des électrons sont les principaux facteurs influençant la forme des courbes de répartition, et que le choix du traceur est assez secondaire tant que son seuil d'excitation est petit devant l'énergie des électrons du faisceau.

Sur la figure 6 ont été tracées les courbes expérimentales de répartition φ_{Cu}, φ_{Al}, φ_{Au}. La comparaison de ces courbes suggère immédiatement les remarques suivantes :

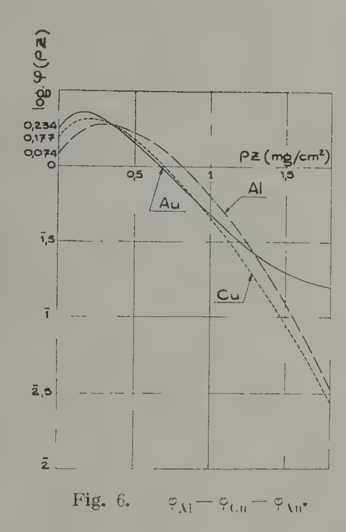


Fig. 6. $\varphi_{Al} - \varphi_{Cu} - \varphi_{Au}$.

1° La valeur de φ pour une profondeur nulle, toujours supérieure à l'unité, est d'autant plus grande que le nombre atomique de l'élément constituant l'anticathode est plus élevé; on obtient en effet

$$\varphi_{Al}(0) = 1,186,$$
$$\varphi_{Cu}(0) = 1,504,$$
$$\varphi_{Au}(0) = 1,714.$$

On devait s'attendre à ce résultat, la diffusion en retour du faisceau électronique sur les couches profondes de l'anticathode et, par suite, la proportion d'électrons venant retraverser la couche superficielle en sens inverse étant plus importants pour les éléments lourds.

Il en résulte qu'après établissement du régime de diffusion complète, le nombre d'électrons atteignant une couche de ρz donné est d'autant plus important que le nombre atomique de l'anticathode est plus faible et $\varphi_{Al} > \varphi_{Cu} > \varphi_{Au}$ aux profondeurs moyennes.

2° L'établissement du régime de diffusion complète du faisceau d'électrons est d'autant plus rapide que le nombre atomique de l'élément diffusant est plus élevé. Ce régime est atteint : pour l'aluminium, à une profondeur de 0,7 mg/cm²; pour le cuivre à une profondeur de 0,4 mg/cm²; pour l'or à une

profondeur de 0,25 mg/cm² environ (pour la tension de 29 kV utilisée).

3° La décroissance de φ aux grandes profondeurs devient beaucoup plus lente. Nous voyons ainsi apparaître l'importance de l'émission secondaire de fluorescence, excitée par le spectre continu général de l'anticathode, importance d'autant plus grande que le nombre atomique de l'anticathode est plus élevé. Nous reviendrons plus loin sur ce point.

2. Remarque sur la proportionnalité émission-concentration. — Considérons une anticathode formée d'un alliage AB où les concentrations massiques des éléments A et B sont respectivement c_A et c_B; $(c_A + c_B = 1)$. Soient φ_B et φ_{AB} les fonctions de répartition respectives du rayonnement $BK\alpha_1$ dans l'élément B pur et dans l'alliage AB. Désignons comme précédemment par I_B et $I(B)$ les intensités émises dans la raie $BK\alpha_1$, sous les mêmes conditions de bombardement électronique, par l'alliage AB et par l'élément B pur. Au point de vue émission X, l'anticathode AB se comporte de la même façon que si elle était constituée par un empilement de couches infiniment minces des éléments A et B; on en tire donc immédiatement

$$\frac{I_B}{I(B)} = c_B \frac{\int_0^{\infty} \varphi_{AB}(\rho z)\,d(\rho z)}{\int_0^{\infty} \varphi_B(\rho z)\,d(\rho z)} = c_B \frac{S_{AB}}{S_B}$$

en désignant par S l'intégrale de 0 à l'infini de la fonction φ. Plaçons-nous dans le cas particulier où c_B est infiniment petit, φ_{AB} se confond alors avec la fonction φ_A représentant la répartition de l'émission caractéristique $AK\alpha_1$ et obtenue avec un traceur constitué par l'élément B, et nous pouvons écrire

$$\frac{I_B}{I(B)} = c_B \frac{S_A}{S_B}.$$

Il apparaît donc que la relation approximative de proportionnalité émission-concentration $\frac{I_B}{I(B)} = c_B$ se réduit dans ce cas à l'égalité des intégrales S_A et S_B et se trouve vérifiée avec la même erreur relative. Nous aurons donc une idée de son degré de précision en comparant les intégrales S relatives aux divers éléments. Pratiquement, nous éliminerons la majeure partie de l'émission secondaire de fluorescence (voir plus loin) en arrêtant l'intégration à la profondeur pour laquelle l'intensité électronique est pratiquement réduite à 0. Pour la tension accélératrice de 29 kV utilisée, la limite supérieure de ρz peut être fixée raisonnablement à 1,6 mg/cm². Nous avons obtenu les valeurs expérimentales :

$$S_{Al} = 1{,}60 \cdot 10^{-3},$$
$$S_{Cu} = 1{,}52 \cdot 10^{-3},$$
$$S_{Au} = 1{,}60 \cdot 10^{-3}.$$

L'unité est l'intensité qu'émettrait dans les mêmes conditions une couche du même élément de masse superficielle 1 g/cm² traversée normalement par le faisceau électronique si les électrons de ce faisceau conservaient leur énergie tout au long de cette traversée.

La concordance peut être considérée comme bonne si l'on tient compte des diverses imprécisions qui interviennent dans le tracé des courbes φ. A titre d'exemple, on pourrait en déduire que, dans l'analyse d'un alliage Al-Cu, le maximum de l'erreur absolue sur la concentration du cuivre serait obtenu dans le cas d'un alliage 50—50, pour lequel on peut estimer que l'intégrale S_{Al-Cu} diffère de 2,5 pour 100 de l'intégrale S_{Cu}; cette erreur absolue maximum serait alors 1,25 pour 100.

Signalons cependant que l'analyse d'un alliage Al—Cu à 1 pour 100 de cuivre a fourni antérieurement à l'un de nous [1] une concentration exacte, ce qui semblerait indiquer que les intégrales S_{Al} et S_{Cu} sont égales. En fait, il est illusoire de vouloir chercher une trop grande précision dans l'analyse ponctuelle par spectrographie X, car les phénomènes se trouvent alors, comme nous le verrons plus loin, considérablement compliqués par l'émission secondaire de fluorescence.

3. Correction d'absorption. — A partir des courbes expérimentales de répartition de l'émission caractéristique, nous pouvons calculer les transformées de Laplace correspondantes

$$F(\chi) = \int_0^{\infty} \varphi(u)\,e^{-\chi u}\,du$$

dont les courbes représentatives, en fonction de l'argument

$$\chi = \frac{\mu}{\rho} \operatorname{cosec} \theta,$$

constituent les courbes de correction d'absorption.

Là encore nous avons éliminé au maximum l'émission secondaire de fluorescence en arrêtant

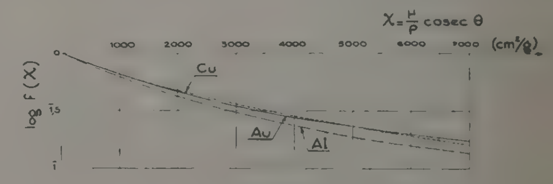


Fig. 7. — Courbes de correction d'absorption dans Al, Cu, Au.

l'intégration à la limite supérieure 1,6 mg/cm². Les courbes de correction d'absorption relatives aux éléments Al, Cu, Au ainsi obtenues sont représentées figure 7. Elles sont assez voisines; on remarquera cependant que pour une détermination précise de la correction d'absorption, il est nécessaire

de tenir compte du nombre atomique « moyen » de la région analysée.

II. Importance de l'émission secondaire de fluorescence. — L'émission secondaire de fluorescence constitue un phénomène particulièrement gênant pour l'interprétation des résultats fournis par le microanalyseur à sonde électronique.

En premier lieu, la proportionnalité concentration-émission qui constitue le fondement de cette méthode d'analyse n'est certainement plus vérifiée en général pour l'émission secondaire; il est clair qu'un élément absorbant fortement le rayonnement excitateur présentera une émission secondaire plus importante, toutes choses égales d'ailleurs, qu'un élément qui l'absorbe faiblement. La proportionnalité émission-concentration dans le rayonnement primaire pouvait se déduire du fait que tous les éléments présentent en gros le même coefficient d'absorption massique pour l'agent excitateur [1] (en l'occurence les électrons); il est clair qu'elle ne sera plus valable en toute rigueur dans le cas d'une excitation par rayonnement X dont le coefficient d'absorption massique varie beaucoup d'un élément à l'autre; comme il ne s'agit cependant que d'un terme correctif, on pourra admettre en première approximation que la proportionnalité concentration-émission est encore valable pour l'émission de fluorescence excitée par le spectre continu.

Mais il faut remarquer que, si le rayonnement primaire excité par une sonde électronique est strictement limité au très petit volume baigné par les électrons, il n'en est plus de même du rayonnement secondaire excité par fluorescence, qui peut provenir de toute la région irradiée par le rayonnement X primaire issu du point d'impact de la sonde.

En quelque sorte, l'analyse ponctuelle par spectrographie X d'un très petit précipité dans un alliage consiste obligatoirement en la superposition de deux analyses :

a. Analyse par émission X du précipité lui-même;

b. Analyse par fluorescence de l'ensemble du précipité et de la région avoisinante.

On peut remarquer à ce sujet que l'utilisation d'un spectrographe à grande résolution permettrait d'éliminer du rayonnement analysé, la fraction émise à grande distance du point d'impact de la sonde. Pour un spectrographe à cristal courbé par réflexion, on peut admettre que seul est analysé le rayonnement provenant d'une région (région utile) située entre deux plans parallèles aux génératrices du cristal et au rayon moyen du faisceau. Si cette région utile est très étroite (spectrographe à grande résolution), il est certain que l'importance relative du rayonnement secondaire de fluorescence est réduite dans de grandes proportions. Dans le cas de nos mesures, effectuées avec un spectrographe à pouvoir de résolution modéré, la distance des plans, de l'ordre de $40\,\mu$, est suffisante pour qu'on puisse considérer que tout le rayonnement secondaire est émis à l'intérieur de la région utile (l'examen de la courbe d'absorption du spectre continu, représentée sur la figure 8, permet de s'en assurer).

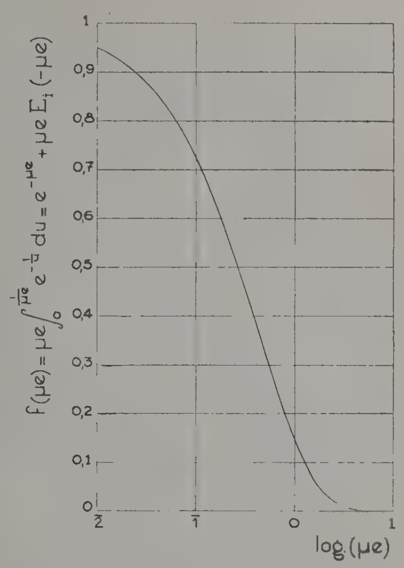


Fig. 8. — Courbe d'absorption du spectre continu.

Il est donc indispensable de déterminer l'importance de cette émission secondaire de fluorescence, afin d'estimer le terme correctif à introduire dans le résultat de la mesure, ou tout au moins un ordre de grandeur de l'incertitude qui en résulte pour les diverses concentrations.

L'émission secondaire peut être excitée tout d'abord par les divers rayonnements caractéristiques émis par l'anticathode; le moyen d'évaluer son importance dans ce cas a été décrit par l'un de nous dans un Mémoire antérieur [1]. Mais elle peut également être excitée par le spectre continu général émis par l'anticathode; son évaluation ne peut plus alors être conduite commodément par la même méthode et nous avons été amenés à faire quelques expériences pour déterminer l'importance relative dans le rayonnement caractéristique émis par l'anticathode, de la fraction excitée par le spectre continu. Des mesures analogues avaient été faites par Webster; la méthode utilisée par cet auteur comportait des calculs importants [5]. Nous avons cherché à conduire les opérations de façon à laisser la part la plus faible possible aux termes correctifs et à obtenir une évaluation plus directe de l'importance du rayonnement secondaire.

Dans un but de simplification, nous nous contenterons de déterminer l'importance du rayonnement secondaire de fluorescence excité par la fraction du rayonnement continu dirigé vers l'intérieur de

l'anticathode. Il est clair que, du fait de la pénétration non nulle des électrons, une fraction non négligeable du rayonnement de fluorescence provient de l'excitation des couches superficielles par la fraction du rayonnement continu dirigée vers l'extérieur de l'anticathode. Mais on peut remarquer que les régions ainsi excitées se trouvent principalement au voisinage immédiat du point d'impact de la sonde; dans l'analyse d'un précipité, par exemple, on peut admettre que seul le rayonnement dirigé vers l'intérieur de l'anticathode vient exciter la matrice avoisinante, de composition différente; c'est donc de lui seul que nous aurons à tenir compte pour estimer l'erreur qu'introduit dans l'analyse l'émission secondaire des régions avoisinantes.

Le principe initial de nos expériences est le même que celui qu'avait utilisé Webster : soit à déterminer la fraction excitée par florescence du rayonnement $AK\alpha_1$ d'une anticathode constituée par l'élément A, soumise au bombardement normal d'un faisceau électronique de tension accélératrice V. La surface de l'anticathode est recouverte d'une mince couche d'un élément voisin B; cette couche superficielle est d'épaisseur juste suffisante pour arrêter complètement les électrons du faisceau, qui ne peuvent donc atteindre l'anticathode A; l'émission $AK\alpha_1$ de cette dernière est donc entièrement excitée par fluorescence. L'élément B est choisi de telle sorte que ses raies caractéristiques ne puissent exciter le niveau K de A, l'excitation par fluorescence est alors due uniquement au spectre continu émis par la couche superficielle. Il faut tenir compte évidemment, et c'est là qu'intervient la principale difficulté, de la fraction de ce rayonnement continu qui est absorbé dans la couche B elle-même.

Nous décrirons successivement les deux dispositifs expérimentaux que nous avons utilisés; le premier permet une estimation rapide de l'importance relative du rayonnement de fluorescence à la sortie de l'échantillon sous l'angle d'émergence utilisé dans le microanalyseur, les résultats étant ainsi directement applicables aux cas concrets qui peuvent se présenter au cours d'une analyse; le second, un peu plus compliqué, permet une détermination absolue de l'émission de fluorescence totale de l'échantillon, corrigée de son absorption dans l'anticathode. (Cette absorption est très importante du fait qu'une grande partie de l'émission secondaire est produite à des profondeurs importantes et il serait difficile de la calculer avec précision.)

Étudions tout d'abord brièvement l'absorption du rayonnement continu dans les couches successives de l'anticathode. Considérons dans ce but une anticathode formée d'une feuille mince d'épaisseur e_0, soumise à un bombardement électronique normal. Nous nous proposons d'évaluer la proportion de ce rayonnement qui est absorbée dans l'anticathode; nous considérerons uniquement la fraction de l'émission totale qui est dirigée vers le bas et supposerons que sa répartition est isotrope, ce qui est approximativement le cas pour les faibles tensions accélératrices que nous utilisons. Nous admettrons également que l'ensemble du rayonnement peut être considéré comme émis à une profondeur moyenne ε au-dessous de la surface, et nous poserons $e_0 - \varepsilon = e$. Isolons dans le spectre la bande $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ pour laquelle le coefficient d'absorption linéaire de l'anticathode est μ. Soit $I_\lambda \, d\lambda$ son intensité totale. La nappe de rayons comprise entre les cones axés sur la normale à la couche, de demi-ouvertures α et $\alpha + d\alpha$ aura à la sortie de la couche une intensité

$$dI'_\lambda \, d\lambda = I_\lambda \, d\lambda \, e^{-\frac{\mu e}{\cos\alpha}} \sin\alpha \, d\alpha.$$

Soit une intensité émergente totale, dans l'angle solide 2π :

$$I'_\lambda \, d\lambda = I_\lambda \, d\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\mu e}{\cos\alpha}} \sin\alpha \, d\alpha$$

Un changement de variables conduit immédiatement à la relation

$$\frac{I'_\lambda}{I_\lambda} = \mu_e \int_0^{\frac{1}{\mu e}} e^{-\frac{1}{u}} \, du = e^{-\mu e} + \mu e E_i(-\mu e).$$

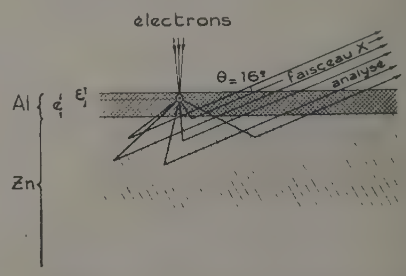


Fig. 9. — Schéma des échantillons (méthode à l'aluminium).

On trouvera figure 9 la courbe représentative de la fonction

$$f(x) = x \int_0^{\frac{1}{x}} e^{-\frac{1}{u}} \, du$$

qui permet de déterminer l'intensité émergente dans la bande λ, $\lambda + d\lambda$ par la relation

$$I'_\lambda = I_\lambda f(\mu e).$$

Passons maintenant aux méthodes expérimentales permettant la détermination de l'importance relative de l'émission secondaire.

1. Méthode directe a l'aluminium. — L'anticathode, soigneusement polie, est recouverte par vaporisation sous vide (*fig.* 9) d'un mince film d'aluminium, d'épaisseur suffisante pour arrêter complè-

tement le faisceau électronique (cette épaisseur étant déduite de la courbe $\varphi_{Al}(\rho z)$ représentée figure 6). La partie du spectre continu capable d'exciter par fluorescence le rayonnement caractéristique $AK\alpha_1$ de l'anticathode sous-jacente est en général faiblement absorbée par la couche d'aluminium. On remarque, d'autre part, que pour toute cette bande de spectre continu et en supposant que l'élément A sous-jacent est de nombre atomique Z supérieur à celui de l'aluminium, les coefficients d'absorption de l'aluminium et de l'élément A varient proportionnellement (aucune bande d'absorption n'intervenant pour l'un ou l'autre élément) : nous désignerons par k le rapport $\frac{\mu_{Al}}{\mu_A}$, sensiblement constant tout au long de la bande. Nous supposerons l'ensemble du spectre continu émis à la profondeur ε au-dessous de la surface et admettrons pour simplifier que cette profondeur moyenne d'émission, exprimée en masse superficielle, correspond pour tous les éléments, et pour une tension accélératrice de 29 kV, à la valeur constante 0,5 mg/cm². Le spectre continu est absorbé avant d'atteindre l'anticathode A sous-jacente par une couche d'aluminium d'épaisseur $e_0 - \varepsilon$; il serait absorbé de la même façon par une couche de l'élément A d'épaisseur $k(e_0 - \varepsilon)$. Désignons, d'autre part, par x l'épaisseur d'une couche de l'élément A de masse superficielle 0,5 mg/cm². On peut admettre enfin que le spectre continu créé par le bombardement de l'aluminium, de nombre atomique 13, présente la même composition spectrale que celui qui serait créé par le même bombardement électronique sur une anticathode formée de l'élément A, l'intensité de chaque radiation étant modifiée dans le rapport $\frac{13}{Z}$.

Nous pouvons en conclure que, lorsque l'anticathode A est recouverte de la couche d'aluminium, son émission $AK\alpha_1$ subit les modifications suivantes :

a. L'émission primaire est supprimée;

b. L'émission secondaire d'une couche superficielle d'épaisseur $x + k(e_0 - \varepsilon)$ est supprimée;

c. L'émission secondaire du reste de l'anticathode est absorbée de la même façon dans l'élément A, mais traverse à la sortie de l'échantillon, sous l'angle d'émergence θ une couche d'aluminium d'épaisseur e_0, et non plus une couche de l'élément A d'épaisseur $x + k(e_0 - \varepsilon)$. Son intensité est, d'autre part, modifiée à l'émission dans le rapport $\frac{13}{Z}$.

La modification *a* est celle que nous recherchions (isolement du rayonnement secondaire). Il est, d'autre part, immédiat de tenir compte avec précision de la modification *c*.

La modification *b*, par contre, est plus gênante et nécessite l'introduction d'un terme correctif qu'il serait difficile de calculer avec une grande précision. Mais une évaluation grossière nous suffira du fait que ce terme correctif est petit. Nous pourrons la conduire de la façon suivante :

L'émission secondaire de la couche superficielle se décompose en :

1° Émission secondaire d'une couche d'épaisseur x sous l'action du rayonnement continu dirigé vers l'extérieur de l'anticathode. Nous avons convenu de ne pas en tenir compte.

2° Émission secondaire d'une couche d'épaisseur $k(e_0 - \varepsilon)$ sous l'action du rayonnement continu dirigé vers l'intérieur de l'anticathode.

L'importance de ces deux émissions sera estimée grossièrement à partir de la fraction du spectre continu absorbée dans la couche correspondante (cette fraction étant déduite de la courbe représentée figure 8) et de l'intensité totale du rayonnement de fluorescence, fournie par la méthode absolue que nous étudierons au paragraphe suivant.

Nous avons appliqué la méthode à l'étude de l'importance relative du rayonnement secondaire Zn $K\alpha_1$ émis par une anticathode de zinc pur, et avons obtenu les résultats suivants, dans l'énoncé desquels il faut bien noter que le rapport $\frac{I_s}{I}$ représente la proportion d'émission secondaire due au rayonnement continu dirigé vers l'intérieur de l'anticathode dans le rayonnement caractéristique total *à la sortie de l'anticathode* sous l'angle d'émergence $\theta = 16°$ utilisé dans le microanalyseur.

$\frac{I_s}{I} = 0{,}031$ pour une tension accélératrice du faisceau de 29 kV.

$\frac{I_s}{I} = 0{,}036$ pour une tension accélératrice du faisceau de 20 kV.

Nous avons étudié de façon analogue les rayonnements $L\alpha_1$ émis par des anticathodes de tungstène et de bismuth (le terme correctif est alors un peu plus incertain du fait de la présence de discontinuités d'absorption). Les divers résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau ci-dessous :

Rayonnements.	Tensions accélératrices (kV).	$\frac{I_s}{I}$
Zn $K\alpha_1$	20	0,036
	29	0,031
W $L\alpha_1$	20	0,025
	29	0,022
Bi $L\alpha_1$	20	0,060
	29	0,059

On peut estimer la précision de ces résultats à 10 pour 100 environ.

2. MÉTHODE ABSOLUE. — Il nous a semblé utile de compléter les mesures obtenues par cette première méthode par une détermination directe de l'importance relative de la fraction excitée par fluorescence au moment même de l'émission et avant toute absorption au sein de l'anticathode. Nous avons utilisé dans ce but une méthode dans laquelle une fraction connue du spectre continu général de l'anticathode excite le rayonnement secondaire.

Soit, par exemple, à déterminer l'importance du rayonnement secondaire dans une anticathode de cuivre. Nous allons utiliser la méthode des traceurs : sur un bloc de cuivre soigneusement poli, nous déposons par vaporisation sous vide (*fig.* 10) une

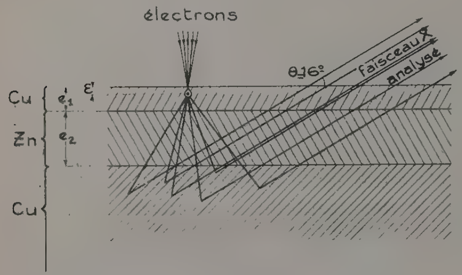


Fig. 10. — Schéma des échantillons (méthode absolue).

couche de zinc d'épaisseur e_1, puis nous recouvrons le tout d'une couche de cuivre d'épaisseur e_2. Nous comparons alors l'émission Zn $K\alpha_1$ de cette anticathode stratifiée à l'émission Zn $K\alpha_1$ d'un bloc de zinc pur soumis aux mêmes conditions de bombardement électronique normal.

Si l'épaisseur de cuivre e_2 est suffisante, l'émission Zn $K\alpha_1$ de l'anticathode stratifiée provient uniquement de l'excitation de la couche de zinc par le rayonnement continu issu de la couche de cuivre. Ce rayonnement contient toute une bande de longueurs d'onde susceptible d'exciter le rayonnement Zn $K\alpha_1$, c'est-à-dire comprises entre λ_K, limite d'absorption K du zinc, et λ_0, limite haute fréquence du spectre continu; à chacune d'elles correspondent des coefficients d'absorption déterminés dans le cuivre et dans le zinc. Isolons dans l'ensemble du rayonnement continu dirigé vers l'intérieur de l'anticathode une bande étroite, de longueur d'onde λ, et d'intensité I_λ. A l'arrivée sur la couche de zinc, cette intensité a été réduite par absorption dans la couche de cuivre superficielle à la valeur $I_\lambda A_\lambda$; à la sortie de la couche de zinc subsiste une intensité résiduelle $I_\lambda A'_\lambda$. Une fraction $(A_\lambda - A'_\lambda)$ de l'intensité initiale de cette composante monochromatique a donc été utilisée pour exciter le rayonnement secondaire Zn $K\alpha_1$. En général, $A_\lambda - A'_\lambda$ varie beaucoup avec la longueur d'onde considérée; nous allons voir cependant qu'un choix judicieux des épaisseurs e_1 et e_2 peut amener la quantité $A_\lambda - A'_\lambda$ à rester voisine d'une constante C pour toutes les longueurs d'onde de la bande (λ_0, λ_K). Le rayonnement secondaire de la couche de zinc est alors excité par un rayonnement de même composition spectrale que le rayonnement continu général de l'anticathode; son intensité sera égale au produit par C de l'intensité totale du rayonnement secondaire qui prend naissance, sous l'action du même spectre continu, dans un bloc de zinc massif. L'avantage de la méthode consiste dans le fait que le rayonnement secondaire Zn $K\alpha_1$ est entièrement émis à une profondeur connue, ce qui permet d'appliquer à sa mesure une correction d'absorption bien déterminée.

Cherchons les conditions nécessaires à une constance approximative de la quantité $A_\lambda - A'_\lambda$. Soient μ_1 et μ_2 les coefficients d'absorption linéaires de la radiation λ, respectivement dans le cuivre et dans le zinc. Si nous nous reportons à la courbe représentée figure 8, nous observons immédiatement que la quantité A_λ est fournie par l'ordonnée du point d'abscisse $\log \mu_1 e'_1$, en désignant par e'_1 la quantité $e_1 - \varepsilon$, la quantité A'_λ par celle du point d'abscisse $\log(\mu_1 e'_1 + \mu_2 e_2)$. Remarquons que le rapport $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ ne dépend pas sensiblement de la longueur d'onde choisie, puisque aucune discontinuité d'absorption, soit du cuivre, soit du zinc, ne se trouve dans la bande (λ_K, λ_0). Il en est donc de même de la quantité $\log\left(\frac{\mu_1 e'_1 + \mu_2 e_2}{\mu_1 e'_1}\right)$ qui représente la différence des abscisses des deux points d'ordonnées respectives A'_λ et A_λ. La quantité $(A_\lambda - A'_\lambda)$ obtenue sera donc indépendante de la longueur d'onde choisie si la courbe se réduit à une droite. On observera que cette condition est approximativement réalisée dans un espace étendu de part et d'autre du point d'inflexion de la courbe; il suffira dès lors de choisir les épaisseurs e_1 et e_2 de telle sorte que l'ensemble des points représentatifs vienne se répartir sur cette portion de courbe sensiblement rectiligne.

On se trouve alors dans les conditions expérimentales suivantes :

Une composante pénétrante du spectre continu est faiblement absorbée dans la courbe superficielle de cuivre et atteint le zinc avec une intensité élevée; mais seule une faible fraction de cette intensité est absorbée par la couche de zinc. Une composante molle, par contre, est fortement absorbée dans la couche de cuivre : elle a une faible intensité à son arrivée sur la couche de zinc, mais une fraction importante de cette intensité sera absorbée par cette dernière.

Nous traiterons à titre d'exemple le cas d'une des anticathodes stratifiées que nous avons utilisées pour nos mesures, et qui fut obtenue par dépôt successif sur un bloc de cuivre d'une couche de zinc

de 4,15 mg/cm², puis d'une couche de cuivre de 2,03 mg/cm². Nous choisissons une tension accélératrice du faisceau électronique $V = 20$ kV.

La bande de longueurs d'onde excitant la couche K du zinc est alors comprise entre les valeurs limites

$$\lambda_0 = 0{,}617 \text{ Å} \quad \text{(limite quantique)}$$

et

$$\lambda_K = 1{,}2805 \text{ Å} \text{(limite Zn } K\text{)}.$$

Les calculs peuvent se résumer dans le tableau suivant, où sont portées les valeurs prises par la quantité $A_\lambda - A'_\lambda$ pour λ_0, λ_K et deux longueurs d'onde intermédiaires.

	λ (Å).			
	0,617.	0,880.	1,00.	1,280.
$\mu_1 e'_1$	0,0588	0,1565	0,221	0,449
$\mu_2 e_2$	0,161	0,436	0,610	1,208
$\mu_1 e'_1 + \mu_2 e_2$	0,2198	0,5925	0,831	1,657
$\log \mu_1 e'_1$	$\bar{2}$,769	$\bar{1}$,195	$\bar{1}$,344	$\bar{1}$,652
A_λ	0,808	0,629	0,547	0,357
$\log(\mu_1 e'_1 + \mu_2 e_2)$	$\bar{1}$,342	$\bar{1}$,772	$\bar{1}$,920	0,219
A'_λ	0,549	0,279	0,193	0,058
$A_\lambda - A'_\lambda$	0,259	0,350	0,354	0,299

On voit que la quantité $A_\lambda - A'_\lambda$ varie assez nettement au long de la bande (λ_0, λ_K), en oscillant autour d'une valeur moyenne voisine de 0,32; on devait s'y attendre, car la linéarité de la courbe dans ce domaine relativement étendu est évidemment très approximative; nous admettrons que tout se passe comme si $A_\lambda - A'_\lambda$ était constamment égal à sa valeur moyenne 0,32, le rayonnement absorbé dans la couche présentant alors la même répartition spectrale que l'ensemble du spectre continu; on peut admettre que l'erreur introduite de ce fait est inférieure à 10 pour 100.

Passons maintenant à l'interprétation des résultats expérimentaux et désignons par I l'émission Zn $K\alpha_1$ de l'anticathode stratifiée, et par I_{Zn} l'émission Zn $K\alpha_1$, dans les mêmes conditions de bombardement électronique, d'un bloc de zinc pur.

Nous avons obtenu un rapport expérimental $\frac{I}{I_{Zn}} = 0{,}021$. Il s'agit là d'intensités corrigées de leur absorption dans l'anticathode; le terme correctif n'est que de 5 pour 100 pour I_{Zn}; pour déterminer la valeur corrigée I, par contre, il a fallu tenir compte :

a. de l'absorption du rayonnement Zn $K\alpha_1$ dans une couche de cuivre d'épaisseur e_1 traversée sous l'angle d'émergence $\theta = 16°$;

b. de son absorption dans le zinc lui-même; une difficulté se présente alors du fait que l'émission est répartie dans toute l'épaisseur de la couche de zinc, la majeure partie étant fournie par les couches supérieures; nous avons admis que tout se passe comme si l'ensemble de l'émission traversait sous l'angle de 16° une couche de zinc de masse superficielle 1,5 mg/cm²; on peut admettre que l'erreur introduite de ce fait reste inférieure à 10 pour 100.

Si l'ensemble du rayonnement continu issu de la couche de cuivre avait été absorbé par le zinc, nous aurions obtenu une émission de fluorescence

$$I_f = \frac{0{,}021}{0{,}32} I_{Zn} = 0{,}065\, I_{Zn}.$$

En remarquant enfin que l'intensité de chaque radiation du spectre continu est proportionnelle au nombre atomique de l'anticathode (cette hypothèse étant complètement justifiée pour l'introduction d'un terme correctif), nous obtenons pour une anticathode de zinc massif une valeur de l'intensité du rayonnement secondaire

$$I_s^0 = \frac{30}{29} \frac{0{,}021}{0{,}32} I_{Zn} = 0{,}068.$$

3. Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes. — Rappelons les résultats fournis par les deux méthodes dans le cas d'une anticathode de zinc soumise à un bombardement de tension accélératrice 20 kV.

a. Intensité du rayonnement secondaire émergeant de l'anticathode sous l'angle de 16° :

$$I_s = 0{,}036\, I_{Zn} \quad \text{(méthode à l'aluminium)};$$

b. Intensité du rayonnement secondaire au moment de l'émission et avant toute absorption dans l'anticathode :

$$I_s^0 = 0{,}068\, I_{Zn} \quad \text{(méthode absolue)}.$$

On voit que le rayonnement secondaire subit une absorption importante dans l'anticathode elle-même du fait de sa grande profondeur moyenne d'émission.

Il serait aisé de prévoir théoriquement le rapport $\frac{I_s}{I_s^0}$ si l'émission secondaire était excitée par un rayonnement monochromatique; si l'on désigne par μ et μ', les coefficients d'absorption respectifs dans l'anticathode de ce rayonnement excitateur et du rayonnement de fluorescence Zn $K\alpha_1$, on obtiendrait en admettant pour simplifier que le rayonnement excitateur est produit à la surface de l'anticathode

$$\frac{I_s}{I_s^0} = \frac{L(1+x)}{x}, \qquad \text{avec} \quad x = \frac{\mu' \operatorname{cosec} \theta}{\mu}.$$

Mais les radiations excitatrices occupent une bande de longueurs d'onde au long de laquelle le coefficient d'absorption massique varie de 38,7 à 291 et la quantité $\frac{L(1+x)}{x}$ de 0,373 à 0,82.

Sans entrer dans un calcul précis faisant intervenir la répartition spectrale du rayonnement continu,

nous remarquerons simplement que nous devons nous attendre à une valeur de l'intensité émergente I_s réduite de moitié environ par absorption dans l'anticathode. Nous obtenons en fait

$$\frac{I_s}{I_s^0} = \frac{0,036}{0,068} = 0,53;$$

l'accord entre les résultats fournis par les deux méthodes peut donc être considéré comme tout à fait convenable.

III. **L'émission secondaire et la précision de l'analyse ponctuelle par spectrographie X.** — Nous avons vu que l'émission secondaire excitée par le spectre continu, du fait qu'elle provient d'une région étendue autour du point d'impact de la sonde, pouvait constituer une cause sérieuse de limitation dans la précision de l'analyse : ce sera principalement le cas lorsqu'une très petite région de l''échantillon doit être soumise à une analyse précise, c'est-à-dire lorsque l'analyse doit présenter à la fois des qualités de précision et de pouvoir de résolution.

Nous discuterons tout d'abord l'importance des perturbations apportées aux mesures par l'émission secondaire dans le cas extrême de l'analyse d'un précipité de très petites dimensions, juste suffisantes pour une absorption complète du faisceau électronique (on se trouve alors exactement à la limite du pouvoir de résolution), ce précipité étant inclus au sein d'une matrice de constitution chimique nettement différente. Nous supposerons alors, ce qui est sensiblement justifié en général, que la totalité de l'émission secondaire prend naissance dans la matrice, à l'extérieur du précipité, et nous considérerons encore deux cas extrêmes.

a. La concentration dans la matrice de l'élément analysé est nulle. — Soit A l'élément analysé, c_A sa concentration dans le précipité, I_A l'émission $AK\alpha_1$ du précipité, $\mathcal{J}(A)$ l'émission $AK\alpha_1$ du témoin A pur. L'émission I_A se compose uniquement de l'émission primaire; l'émission $\mathcal{J}(A)$, par contre, comprend une émission primaire $I(A)$ et une émission secondaire $I_s(A)$.

Nous avons vu au début que l'on pouvait admettre pour les émissions primaires la relation

$$I_A = c_A\, I(A).$$

En appliquant lors de l'analyse cette relation aux émissions totales, nous serons conduits à écrire

$$I_A = c'_A\, \mathcal{J}(A) = c'_A[I(A) + I_s(A)].$$

On en tire

$$\frac{c_A}{c'_A} = 1 + \frac{I_s(A)}{I(A)}.$$

La mesure de concentration est donc entachée d'une *erreur relative, par défaut*, égale à la proportion P_A de rayonnement secondaire dans l'émission caractéristique (telle qu'elle sort de l'anticathode sous l'angle d'émergence θ) de l'élément A. Dans le cas du zinc, par exemple, une mesure exacte sera obtenue en multipliant par 1,03 la concentration expérimentalement obtenue, les autres corrections [1] ayant été préalablement effectuées.

b. La concentration dans la matrice de l'élément analysé est 100 pour 100. En désignant par $\mathcal{J}_A$ l'émission mesurée lorsque la sonde frappe le précipité, on a la relation

$$\mathcal{J}_A = c_A\, I(A) + I_s(A)\frac{Z}{Z_A},$$

en désignant par Z le nombre atomique « moyen » du précipité, par Z_A le nombre atomique de l'élément A et en posant $\frac{Z}{Z_A} = k$.

L'application brutale de la loi de proportionnalité conduit à une concentration mesurée c'_A fournie par la relation

$$\mathcal{J}_A = c'_A[I(A) + kI_s(A)].$$

On en tire

$$c'_A - c_A = (1 - c_A)\frac{kI_s(A)}{I(A) + kI_s(A)} \approx (1 - c_A)\, k\frac{I_s(A)}{I(A)}.$$

La mesure de concentration est donc entachée d'une *erreur absolue* par excès, de grandeur $(1 - c_A)kP_A$. Si la concentration c_A est suffisamment importante, cette erreur pourra être corrigée de façon satisfaisante. Par contre, pour $c_A \ll 1$, le terme correctif peut devenir plus important que la quantité à corriger et le résultat de l'analyse devient incertain. A titre d'exemple, nous observerons que dans l'analyse d'un précipité de nombre atomique moyen 25, inclus dans une matrice de zinc pur la concentration apparente du zinc dans le précipité sera au moins égale à 2,5 pour 100, même si le précipité ne contient pas de zinc; la concentration du zinc dans le précipité devra être au moins égale à 4 ou 5 pour 100 pour une mesure de précision acceptable.

Nous devons donc considérer comme douteux de tels dosages d'éléments à faible concentration dans des régions de petit volume entourées par un milieu où l'élément dosé est présent à forte teneur; ce cas est d'ailleurs le plus défavorable qui puisse se présenter, car d'autres facteurs, comme par exemple la présence au voisinage de la sonde d'électrons diffusés par le bord du diaphragme (présence qu'il est difficile d'éviter complètement) peuvent alors venir influencer les résultats de l'analyse de façon appréciable; en pratique, on s'arrangera pour déterminer par différence la concentration cherchée.

En dehors de ces deux cas extrêmes, le terme correctif sera plus difficile à déterminer de façon précise, mais son importance sera moins grande d'une façon générale et l'on pourra se contenter d'en faire une estimation approchée, dans laquelle

on fera intervenir l'absorption du spectre continu dans les divers éléments composant la région avoisinante (la composition de cette région ayant été préalablement déterminée approximativement au moyen du microanalyseur).

Il nous reste enfin à considérer le cas d'un précipité de dimensions un peu plus importantes, absorbant une partie non négligeable du spectre continu; la correction devient alors beaucoup plus incertaine du fait que la forme du précipité à l'intérieur de l'échantillon est inconnue; on peut cependant remarquer que dans ce cas :

a. le terme correctif est faible et l'on pourra se contenter de l'estimer de façon tout à fait grossière;

b. Il est loisible à l'expérimentateur de procéder à l'analyse d'un précipité de même nature et de dimensions suffisamment faibles (les précipités de même nature étant en général facilement reconnus sur la micrographie).

Conclusion. — Il semble donc bien que l'on puisse conclure que l'émission secondaire de fluorescence, qui constitue le phénomène le plus gênant dans l'interprétation d'une analyse ponctuelle par spectrographie X, peut être estimée dans la plupart des cas avec une précision suffisante pour que l'erreur résiduelle qu'elle entraîne sur les diverses concentrations soit amenée au même niveau que les erreurs expérimentales.

Manuscrit reçu le 6 octobre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Castaing R. — *Thèse de doctorat*, publication O. N. E. R. A. n° 55.
[2] Compton A. H. et Allison S. K. — X-Rays in Theory and Experiment, p. 76.
[3] Compton A. H. et Allison S. K. — *Loc. cit.*, p. 79.
[4] Terril. — *Phys. Rev.*, 1924, **24**, 616.
[5] Webster D. — *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 1928, **14**, 330-339.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, AVRIL 1953, PAGE 317.

UTILISATION DE THERMISTANCES COMME JAUGES A VIDE

Par Mlle Yvonne LORTIE,
Laboratoire des Recherches Physiques, Faculté des Sciences, Paris.

Sommaire. — Étude des conditions d'utilisation des thermistances pour la mesure des pressions entre 1 et 10^{-3} mm de Hg. Dispositif de mesure éliminant l'influence des variations de la température ambiante. Détermination de la tension et de la résistance de charge convenables pour obtenir une sensibilité maximum dans le domaine de pression désiré.

La présente étude avait pour objet de mesurer, à la température ambiante, la pression (comprise entre 10^{-3} et 10^{-1} mm de mercure) de vapeurs de substances organiques variées [1]. Le caractère condensable de ces vapeurs excluait l'emploi d'une jauge de Mac Leod.

Il eut été souhaitable, à cause même de la variété des substances mises en œuvre, d'utiliser un manomètre absolu; mais les manomètres de Knudsen habituels ne fonctionnent de façon convenable que sous des pressions inférieures à 10^{-3} mm de Hg; il n'était pas possible de réduire de 1000 à 1 la distance séparant la surface chaude et la surface froide pour obtenir un fonctionnement satisfaisant dans l'intervalle de pression considéré.

Il convenait dans ces conditions, de faire appel à un manomètre fondé sur la conductibilité calorifique des gaz, bien que les indications de ce type de manomètre dépendent de la nature du gaz. J'ai pensé à utiliser les thermistances — résistances à fort coefficient de température — dont la possibilité d'emploi comme jauges de vide a été signalée [2], [3]. Ces éléments, dont le coefficient de température est beaucoup plus élevé que celui des métaux constituant habituellement le fil des jauges de Pirani, permettent de travailler à une température nettement inférieure, avantageuse étant donnée la sensibilité à la chaleur des substances organiques étudiées. J'ai utilisé des éléments (1)

(1) Type CB, matériau 2, de la Compagnie industrielle des Céramiques électroniques.

dont le coefficient de température à 25° est d'environ — 0,045 par degré. Les résistances des éléments essayés, en forme de perles, étaient comprises entre 300 000 et 900 000 Ω à 25°. Les perles, non enrobées, étaient montées dans des tubes de verre de diamètre 8 mm, raccordés par un joint de picéine à la canalisation où je me proposais de mesurer la pression.

Dispositif de mesure. — Je n'ai pas utilisé le montage électrique préconisé par N. Thien Chi et J. Suchet [2], où la thermistance de mesure est montée en parallèle, dans un pont de Wheatstone, avec une thermistance-tare, fermée sous pression réduite, destinée à compenser les variations des indications de la thermistance de mesure dues aux variations de la température ambiante θ_0 : même si, comme les auteurs le conseillent, on réalise dans la thermistance-tare une pression égale à une des valeurs extrêmes de l'intervalle à mesurer, cette compensation ne peut être que grossière pour diverses raisons :

1° Il semble difficile d'obtenir deux thermistances de caractéristiques identiques; ceci impliquerait que leurs résistances à une certaine température θ et sous une même pression soient identiques et qu'en outre elles le restent en toutes circonstances, donc que soient identiques leurs caractéristiques de résistance $r = f(\theta)$ et de dissipation $\theta = f(w)$, où w représente la puissance dissipée dans la thermistance;

2° Même si les conditions ci-dessus étaient réalisées, la pression de la thermistance-tare étant environ fixe, la compensation des variations de mesure, dues aux variations de θ_0, ne serait pas réalisée pour toutes les pressions.

J'effectue les mesures à l'aide d'un pont de Wheatstone (*fig.* 1). La résistance R_1 joue le rôle

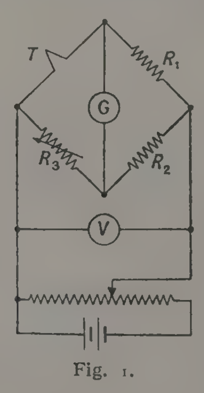


Fig. 1.

de « résistance de charge » de la thermistance; la résistance R_2 est égale à R_1; la résistance R_3, variable, permet d'équilibrer le pont, avec une précision de l'ordre du millième. L'équilibre est très sensible à de petites variations de la tension d'alimentation du pont. Cette tension est fournie par la batterie générale du Laboratoire fonctionnant en tampon. Je corrige les variations de la tension, de l'ordre du volt, dues aux variations de la charge, à l'aide d'un dispositif à thyratron.

Avec ce montage, j'ai établi les courbes $p = f(r)$ (*fig.* 2), pour diverses valeurs de la température

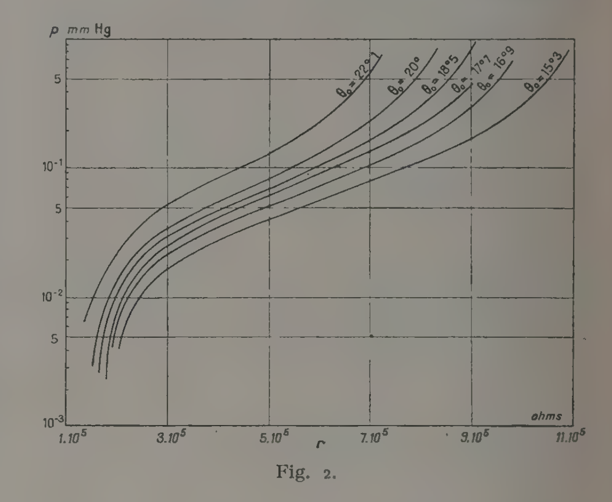


Fig. 2.

ambiante θ_0, obtenues en plongeant l'enceinte de la thermistance dans un bain d'huile de paraffine placée dans un vase Dewar : les variations de θ_0 étaient réduites à 0°,1 environ au cours d'une expérience.

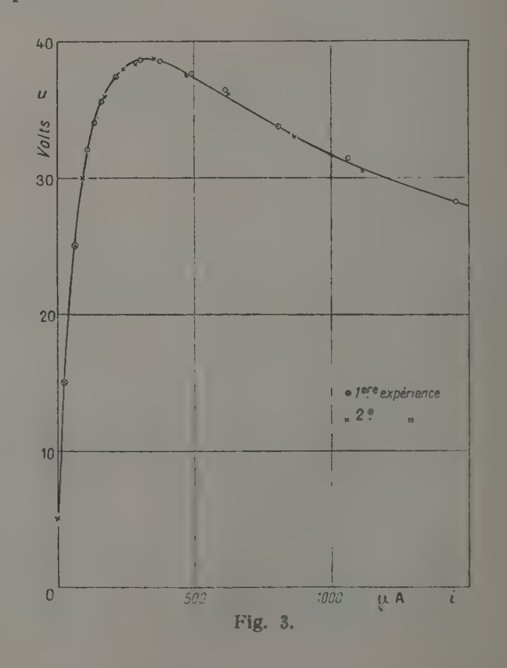


Fig. 3.

Plutôt que de tenir compte des perturbations de la mesure par les variations de la température ambiante, j'ai finalement préféré les éliminer en fixant la température de l'enceinte contenant la thermistance de mesure. Cette enceinte est plongée dans un tube contenant une huile à faible viscosité, placé lui-même dans un vase Dewar rempli d'un mélange de glace et d'eau

Des expériences, dont on verra le résultat sur la figure 3, m'ont montré préalablement que la fidélité des indications d'une thermistance est bonne : lorsqu'elles varient, c'est de façon accidentelle, brutale, et évidente.

Détermination des conditions de fonctionnement. — Pour déterminer les conditions optima d'utilisation de la thermistance, dans le problème posé, j'ai établi expérimentalement les courbes $u=f(i)$, donnant à pression constante la tension u aux bornes de la thermistance en fonction de l'intensité qui la traverse. Pour des raisons de stabilité, sur lesquelles nous reviendrons plus loin, ces déterminations ont été effectuées en donnant à la « résistance de charge » montée en série avec la thermistance, les valeurs maxima possibles. La pression d'air résiduel était mesurée avec une jauge de Mac Leod; la thermistance était protégée contre la vapeur de mercure par un piège à air liquide.

J'ai obtenu, pour une température ambiante de 0°, avec une thermistance de 400 000 Ω environ à 25°, le réseau représenté par la figure 4. On peut

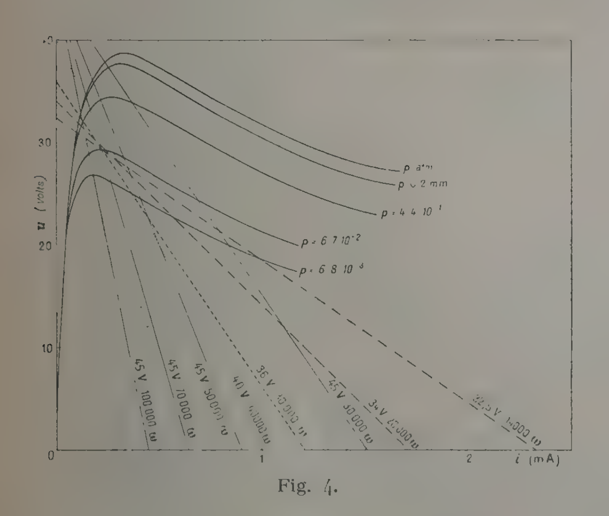


Fig. 4.

à l'aide de ces courbes, prévoir les conditions optima à réaliser. La thermistance étant utilisée en série avec une « résistance de charge » ρ et un générateur de tension continue E, on a [3]

$$E = u + \rho i, \qquad u = f(i),$$

où $f(i)$ est la fonction établie expérimentalement dans les expériences ci-dessus. Les solutions de ce système correspondent aux points d'intersection de la courbe $u = f(i)$ avec la droite

$$i + \frac{u}{\rho} - \frac{E}{\rho} = 0,$$

dite « droite de charge », de coordonnées à l'origine

$$u_0 = E \qquad \text{et} \qquad i_0 = \frac{E}{\rho}.$$

Les courbes $u = f(i)$ ont une forme telle qu'une droite de charge peut les couper en trois points (*fig.* 5). Si nous orientons positivement la droite

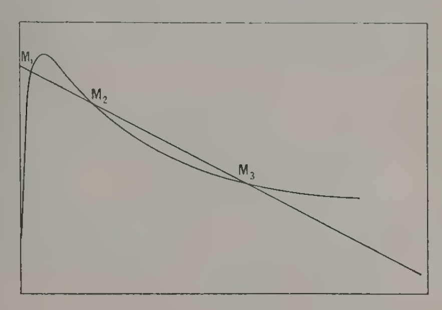


Fig. 5.

de charge et la tangente à la courbe au point d'intersection dans le sens des i croissants, l'angle de ces deux directions dans le sens de la droite de charge vers la tangente peut être positif (sens trigonométrique) ou négatif. S'il est positif (points M_1, M_3), l'équilibre est stable; s'il est négatif (point M_2), l'équilibre est instable : le point de fonctionnement glisse jusqu'au point stable M_3.

La droite de charge à utiliser dans les mesures doit donc satisfaire aux conditions suivantes : 1° être assez cabrée pour ne pas donner de point d'équilibre instable (la pente doit être supérieure en valeur absolue à celle de la tangente au point d'inflexion si la droite coupe la courbe au voisinage de ce point); 2° couper la courbe sous un angle faible, c'est-à-dire être aussi peu cabrée que possible, pour donner une meilleure sensibilité; ceci entraîne d'ailleurs, en pratique, un allongement du temps d'établissement du régime permanent des échanges de chaleur de la thermistance. Ces conditions, contradictoires, ne peuvent être complètement satisfaites en même temps. On est amené à choisir un compromis entre ces exigences.

Une série d'essais m'ont conduite au réseau de courbes $p = f(r)$ pour diverses valeurs de E et ρ (*fig.* 6). La sensibilité, faible pour les pressions élevées, passe par un maximum étalé dans une région plus ou moins étendue autour du point d'inflexion des courbes; elle diminue rapidement

aux basses pressions. L'accroissement de la sensibilité lorsque la pente de la droite de charge diminue en valeur absolue, est exprimée dans le tableau

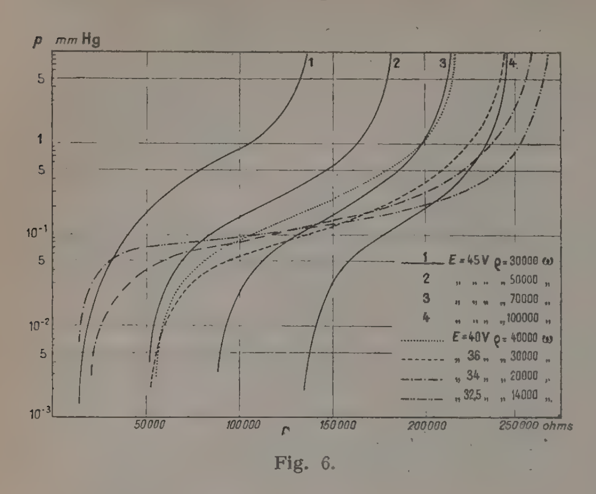


Fig. 6.

suivant, où je donne les variations relatives de la résistance de la thermistance pour le même intervalle de pression ($10^{-2} < p < 10^{-1}$), pour différentes droites de charge.

E (V).	ρ (Ω).	dr (Ω).	r (Ω).	$\frac{\mathrm{d}r}{r}$.
45	100 000	39 500	160 000	0,247
	70 000	37 000	110 000	0,336
	50 000	31 000	70 000	0,443
	30 000	17 000	30 000	0,567
40	50 000	52 500	113 000	0,465
	40 000	47 500	84 000	0,566
	30 000	51 000	60 000	0,850
36	30 000	73 000	96 000	0,760
34	20 000	87 500	75 000	1,165
32,5	16 000	93 500	72 000	1,3
	14 000	102 000	67 000	1,52

Pratiquement, j'ai choisi la droite de charge $E = 34$ V, $\rho = 20\,000$ Ω; elle coupe la courbe $u = f(i)$ correspondant à la pression moyenne de l'intervalle de mesure $p = 6{,}7 \cdot 10^{-2}$ mm de Hg, au voisinage de son maximum; sa pente est assez grande, en valeur absolue, pour conduire à une durée acceptable d'établissement du régime permanent des échanges de chaleur de la thermistance.

La sensibilité du dispositif ainsi réalisé est convenable jusqu'à une pression-seuil de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ mm de Hg.

Manuscrit reçu le 3 décembre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Vacher M. et Lortie Y. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1759-1761.

[2] Thien Chi N. et Suchet J. — *Onde Électrique*, 1951, **31**, 473-489.

[3] Bleuze J. — *Onde Électrique*, 1953, **33**, 497-509 et 578-590.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, AVRIL 1955, PAGE 320.

BANDES INTERDITES ET BANDES PERMISES DANS LES SEMI-CONDUCTEURS IMPURS ET LES ALLIAGES DÉSORDONNÉS

Par J. des CLOIZEAUX,

Laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure.

Sommaire. — Étude analytique des limites des bandes d'énergie permises dans un modèle unidimensionnel de semi-conducteur impur ou d'alliage désordonné. Celui-ci est représenté par une succession aléatoire de cellules de deux types A ou B. Les conditions trouvées montrent l'existence de bandes d'énergie permises extérieures aux bandes permises relatives à une suite infinie de cellules d'un type unique A ou B (en contradiction avec l'hypothèse de Saxon et Hutner).

Dans l'étude de la conductivité des semi-conducteurs impurs, l'on suppose en général que les impuretés agissent, d'une part en introduisant des niveaux d'énergie supplémentaires et, d'autre part, en modifiant la mobilité des électrons à cause de la diffusion de ceux-ci sur les centres d'impuretés, ce dernier effet pouvant être traité par des méthodes approchées.

Discutons la nature des niveaux d'énergie introduits. Si la concentration en impureté est très faible, il est presque certain que deux centres se trouveront toujours à une grande distance. Dans ce cas, les impuretés n'introduisent qu'un ou plusieurs niveaux discrets dégénérés. Par contre, quand la concentration devient plus forte les centres d'impureté ne peuvent plus être considérés comme éloignés les uns des autres, la dégénérescence des niveaux cesse, il se forme une bande. Certains auteurs [1] ont essayé de calculer ces bandes en répartissant les impuretés d'une façon périodique dans le cristal. Les résultats semblent toutefois peu conformes à la réalité.

Le fait que les centres d'impureté soient répartis au hasard montre qu'il existe toujours dans un cristal infini une probabilité non nulle pour qu'autour d'un point du cristal soient groupés un nombre aussi grand que l'on veut de centres d'impuretés. Or ces paquets d'impuretés produisent entre les niveaux d'énergie une séparation accrue et, par conséquent, les bandes sont beaucoup plus étalées dans la direction des hautes et des basses énergies que dans le cas d'impuretés ordonnées (*fig.* 1).

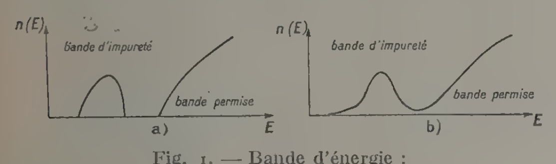


Fig. 1. — Bande d'énergie :

a. Dans le cas d'impuretés ordonnées;
b. Dans le cas d'impuretés désordonnées, figure schématique.

Cet effet a été bien observé par James et Ginzbarg [2] qui ont calculé par des méthodes graphiques les bandes permises d'un cristal linéaire constitué par des cellules de deux types A et B se succédant au hasard avec une certaine probabilité.

Remarquons, d'autre part, que dans un semi-conducteur impur et pour un cristal infini, la largeur des bandes permises ne dépend pas de la concentration en impureté. En effet, il existe toujours une probabilité non nulle pour que dans un domaine arbitraire un nombre quelconque d'impuretés soient réparties d'une manière donnée compatible avec la structure du cristal et des impuretés. Néanmoins quand décroît la concentration en impuretés, la densité de niveau dans les queues de bande diminue extrêmement vite et si la concentration est assez petite, il nous est interdit de considérer le cristal réel comme étant de taille infinie, en sorte qu'il est alors permis de supposer que les impuretés n'introduisent que des niveaux discrets comme nous l'avions fait précédemment.

La discussion qui précède s'applique également aux alliages désordonnés; nous remarquons que dans ce cas la bande permise de l'alliage s'étend au moins dans le domaine des bandes permises de chacun des constituants puisqu'il existe dans un cristal infini une probabilité non nulle pour qu'un domaine aussi grand que l'on veut ne contienne que l'un des constituants.

Comme application, nous calculerons rigoureusement la largeur des bandes d'énergie dans le cas d'un cristal linéaire constitué par des cellules de deux types A et B se succédant au hasard avec une certaine probabilité. Ainsi dans la $n^{\text{ième}}$ cellule le potentiel vaudra

$$V(x) = V_I(x - x_n) \qquad (x_n < x < x_{n+1}),$$

où comme dans la suite de l'article, l'indice I est mis pour A ou B suivant le type de la $n^{\text{ième}}$ cellule et où x_n est l'abscisse de l'origine de celle-ci.

Une solution réelle de l'équation de Schrödinger

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0$$

est fonction linéaire et homogène de deux solutions particulières. Par conséquent, si les valeurs de la fonction ψ et de sa dérivée ψ' sont respectivement ψ_e et ψ'_e à l'entrée d'une cellule I, ψ_s et ψ'_s à sa sortie, nous pourrons écrire

$$\begin{Bmatrix} \psi'_s \\ \psi_s \end{Bmatrix} = \{\mathbf{M}_I\} \begin{Bmatrix} \psi'_e \\ \psi_e \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

où M_I est une matrice fonction de l'énergie, de déterminant unité

$$\mathbf{M}_I(E) = \begin{Vmatrix} a_I & b_I \\ c_I & d_I \end{Vmatrix}, \qquad \text{avec} \quad a_I d_I - b_I c_I = 1.$$

Les matrices $\mathbf{M}_A$ et $\mathbf{M}_B$ définissent les bandes d'énergie permises P_A et P_B pour une suite infinie de cellules A ou de cellules B respectivement : l'énergie E se trouvera dans la bande permise P_I si

$$|a_I(E) + d_I(E)| < 2.$$

La phase $\alpha(x)$ d'une solution réelle peut être définie continuement par l'équation

$$\operatorname{tg} \alpha(x) = -\frac{\psi'(x)}{\psi(x)}.$$

La quantité $\dfrac{\alpha(x_n) - \alpha(x_1)}{\pi}$ sera égale à une unité près au nombre de zéros de la fonction $\psi(x)$ entre les abscisses x_1 et x_n. D'où si

$$f(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{\alpha(x_n) - \alpha(x_1)}{n\pi},$$

la densité de niveau par cellule vaudra

$$n(E) = \frac{d}{dE} f(E).$$

Pour que l'énergie E appartienne à la bande permise P_D de l'ensemble désordonné, il faut et il suffit que $f(E)$ soit une fonction non constante de l'énergie. Or, d'après l'équation (1), nous pouvons

écrire

$$\operatorname{tg}\alpha(x_{n+1}) = -\left(\frac{a_I \operatorname{tg}\alpha(x_n) - b_I}{c_I \operatorname{tg}\alpha(x_n) - d_I}\right). \qquad (2)$$

De proche en proche nous pouvons calculer $\alpha(x_n)$. Représentons maintenant le vecteur $\begin{Bmatrix} -\psi'(x_n) \\ \psi(x_n) \end{Bmatrix}$ dans le plan. Il sera porté par l'axe D_n.

D_{n+1} sera lié à D_n par une transformation homographique puisque les pentes respectives sont liées par l'équation (2).

Si E appartient aux bandes P_A ou P_B, il appartient à la bande P_D. Dans le cas contraire

$$|a_A + d_A| > 2, \qquad |a_B + d_B| > 2$$

et les homographies définissent des axes doubles Δ_I réels de pente t_I avec

$$ct^2 + (a - d)t - b = 0.$$

Chaque valeur t_I est liée à une valeur propre x_I de la matrice $\mathbf{M}_I$ par les relations

$$t_I = -\left(\frac{b_I}{x_I - a_I}\right) = -\left(\frac{x_I - d_I}{c_I}\right). \qquad (3)$$

Un axe correspondant à x sera stable si $|x_I| > 1$, instable si $|x_I| < 1$.

Trois cas de figure sont possibles (à des symétries près), mais le seul qui corresponde à une bande permise pour l'ensemble désordonné est celui où les axes stables et instables sont croisés (*fig.* 2).

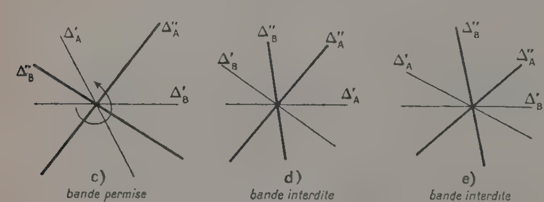


Fig. 2. — Les axes stables sont en traits forts, le sens de la flèche indique le sens de l'avance de phase α.

Plaçons-nous à l'extérieur de P_B et à la frontière de P_A et examinons si nous sommes à la limite d'une bande interdite ou non. Soit

$$a_A + d_A = 2, \qquad a_B + d_B > 2. \qquad (4)$$

Nous écrirons

$$a_A = 1 + u, \quad d_A = 1 - u, \quad b_A = + tu, \quad c_A = -\frac{u}{t}. \quad (5)$$

Soit $\operatorname{tg}\alpha'$ et $\operatorname{tg}\alpha''$ les pentes des axes doubles pour une énergie légèrement extérieure à P_A. Appliquons les formules (3) et (5)

$$\operatorname{tg}(\alpha'' - \alpha') = \frac{\operatorname{tg}\alpha'' - \operatorname{tg}\alpha'}{1 + \operatorname{tg}\alpha' \operatorname{tg}\alpha''} = \frac{-\dfrac{x'' - d}{c} + \dfrac{x' - d}{c}}{1 + \dfrac{(x'' - d)(x' - d)}{c^2}},$$

$$\alpha'' - \alpha' \sim \operatorname{tg}(\alpha'' - \alpha') \sim \frac{(x'' - x')}{b - c}. \qquad (6)$$

L'équation (6) nous donne l'angle entre l'axe double stable et l'axe double instable relatifs à la matrice $\mathbf{M}_A$, pour une énergie légèrement extérieure à P_A.

Nous devons maintenant trouver la position de l'axe quadruple Δ_A par rapport aux axes doubles Δ'_B et Δ''_B (axe stable).

La plus grande valeur propre de $\mathbf{M}''_B$ vaut

$$x''_B = \frac{a_B + d_B + \sqrt{(a_B + d_B)^2 - 4}}{2},$$

il lui correspond par les équations (3)

$$t''_B = \frac{d_B - a_B - \sqrt{(a_B + d_B)^2 - 4}}{2c_B}.$$

Soit alors

$$h(t) = c_B t^2 + (a_B - d_B)t - b_B;$$

$h(t)$ s'annule sur Δ''_B et Δ'_B

$$\frac{d}{dt''_B} h(t''_B) = 2c_B t''_B + (a_B - d_B) = -\sqrt{(a_B + d_B) - 4} < 0.$$

Par conséquent,

$$\left.\begin{array}{ll} & h(t) < 0 \quad \text{dans les régions } 1 \text{ et } 3 \\ \text{et} & h(t) > 0 \quad \text{»} \qquad\quad \text{»} \quad 2 \quad 4 \end{array}\right\}, \qquad (7)$$

régions limitées par les axes Δ'_B et Δ''_B (*fig.* 3).

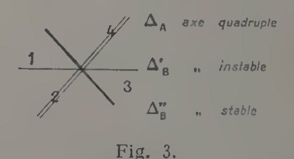


Fig. 3.

Posons

$$J = [b_A - c_A][c_B t^2 + (a_B - d_B)t - b_B], \qquad (8)$$

avec

$$t = \frac{2b_A}{a_A - d_A} = \frac{d_A - a_A}{2c_A}.$$

Avec les hypothèses (4) et en rassemblant les résultats (6) et (7), nous voyons que la limite de la bande P_A ne sera pas limite de P_D si $J < 0$. Les conditions dans tous les cas sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	$a_A + d_A = 2.$	$a_A + d_A = -2.$
$a_B + d_B > 2$	$J < 0$	$J > 0$
$a_B + d_B < -2$	$J > 0$	$J < 0$

(9)

qui donne les conditions pour que la limite de P_A ne soit pas limite de P_D, pour l'énergie considérée.

Si les conditions (9) sont remplies, nous ne sortirons la bande permise P_D que lorsque deux axes doubles coïncideront. Cette circonstance se produit

si l'on peut vérifier simultanément

$$c_A t^2 + (d_A - a_A) t - b_A = 0,$$
$$c_B t^2 + (d_B - a_B) t - b_B = 0.$$

L'élimination de t donne alors la condition

$$[(a_A - d_A) b_B - (a_B - d_B) b_A] \times [(a_A - d_A) c_B - (a_B - d_B) c_A] - [b_A c_B - b_B c_A]^2 = 0. \qquad (10)$$

Cellules symétriques. — Dans ce cas ,la condition de symétrie s'écrit $d_I = a_I$. A l'intérieur d'une bande interdite de P_A, les valeurs de a_A, b_A et c_A gardent un signe constant, d'ailleurs identique pour les deux dernières quantités.

La condition (9) se simplifie (¹) : à la limite d'une bande permise deux cas sont possibles :

$$\left.\begin{array}{lll} 1^o & b_A = 0, & t_A = 0; \\ 2^o & c_A = 0, & t_A = +\infty. \end{array}\right\} \qquad (11)$$

Nous voyons alors que pour qu'une bande interdite commune à P_A et P_B soit permise pour l'ensemble désordonné, il faut que

$$a_A (b_A + c_A) a_B (b_B + c_B) < 0. \qquad (12)$$

Cette condition est valable dans toute la nouvelle bande permise et la condition (10) devient sans objet (ceci provient de ce que les axes doubles relatifs aux cellules A et B sont antiparallèles). Comme conséquence de ce fait, nous voyons qu'il n'existe pas de bande supplémentaire isolée et que toute bande supplémentaire réunit toujours des bandes permises appartenant soit à P_A, soit à P_B.

Cette circonstance ne se produirait pas dans le cas général.

Nous vérifions que les conditions (9), (10) et (12) ne dépendent pas des probabilités de présence des cellules A et B. Nous voyons également que la bande permise P_D de l'ensemble désordonné déborde souvent largement sur les bandes permises P_A et P_B.

Les résultats ci-dessus peuvent être étendus à un cristal linéaire constitué par une suite aléatoire de cellules de plusieurs types (par exemple A, B, et C).

Comme illustration de ce qui précède, étudions quelques exemples :

1. Les cellules A et B sont symétriques et le potentiel est constitué par une fonction de Dirac. — Posons alors

$$V_n(x) = -\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{-1} 2 U_I \delta\left(x - \frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right) \qquad (U_I > 0),$$

$$x_{n+1} - x_n = l_I;$$

$$k^2 = -\frac{2mE}{h^2} \qquad (E < 0).$$

(¹) Les résultats qui suivent peuvent aussi s'obtenir d'une manière directe sans difficulté.

La matrice $\mathbf{M}_I$ s'écrira alors

$$\mathbf{M}_I = \begin{vmatrix} \operatorname{ch} kl_I - \frac{U_I}{k} \operatorname{sh} kl_I & -U_I(1 + \operatorname{ch} kl_I) + k \operatorname{sh} kl_I \\ -\frac{U_I}{k^2}(\operatorname{ch} kl_I - 1) + \frac{\operatorname{sh} kl_I}{k} & \operatorname{ch} kl_I - \frac{U_I}{k} \operatorname{sh} kl_I \end{vmatrix}. \qquad (13)$$

Nous transformons légèrement l'expression de b_I et c_I

$$\left.\begin{array}{l} b_I = +\, k \dfrac{[\operatorname{ch} kl_I + 1]}{\operatorname{sh} kl_I} \left[\operatorname{ch} kl_I - \dfrac{U_I}{k} \operatorname{sh} kl_I - 1\right], \\ c_I = +\, \dfrac{1}{k} \dfrac{[\operatorname{ch} kl_I - 1]}{\operatorname{sh} kl_I} \left[\operatorname{ch} kl_I - \dfrac{U_I}{k} \operatorname{sh} kl_I + 1\right]. \end{array}\right\} \qquad (14)$$

Plaçons-nous à l'extérieur de P_A de façon que

$$\operatorname{ch} kl_A - \frac{U_A}{k} \operatorname{sh} kl_A > 1,$$

$$\operatorname{ch} kl_B - \frac{U_B}{k} \operatorname{sh} kl_B > 1.$$

Nous aurons

$$a_A = d_A > 0, \qquad b_A > 0, \qquad c_A > 0,$$
$$a_B = d_B > 0, \qquad b_B > 0, \qquad c_B > 0.$$

La condition (12) n'est pas satisfaite et il en est de même dans tous les cas.

Nous retrouvons ainsi un résultat de Lüttinger [3] d'après lequel pour une chaîne aléatoire de cette espèce, toute région de la bande permise P_D appartient soit à P_A, soit à P_B.

Le résultat précédent (hypothèse de Saxon et Hutner) n'est pourtant pas général. Choisissons un exemple où la condition (12) peut être satisfaite.

2. Les cellules A sont symétriques et comportent un double puits de potentiel rectangulaire, les cellules B sont vides (*fig.* 4)

$$x_{n+1} - x_n = l_I, \qquad l_A = 2l, \qquad l_B = L.$$

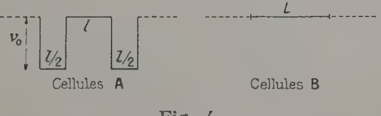


Fig. 4.

Nous poserons

$$V_{nA}(x) = 0 \quad \text{pour} \quad x_n + \frac{l}{2} < x < x_{n+1} - \frac{l}{2},$$

$$V_{nA}(x) = V_0 = -\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{-1} u^2$$

$$\text{pour} \left\{\begin{array}{l} x_n < x < x_n + \dfrac{l}{2}, \\ x_{n+1} - \dfrac{l}{2} < x < x_{n+1}, \end{array}\right.$$

$$V_{nB}(x) = 0.$$

Les résultats suivants sont immédiats

$E > 0$ bande permise, $E - V_0 < 0$ bande interdite.

Soit donc

$$0 > E > V_0.$$

Nous écrirons

$$\left.\begin{aligned} -\frac{2mE}{\hbar^2} &= k^2 \\ \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} &= \rho^2 \end{aligned}\right\} \quad (\rho^2 + k^2 = u^2).$$

Le calcul des matrices $\mathbf{M}_A$ et $\mathbf{M}_B$ donne les résultats suivants :

$$a_A = d_A = \operatorname{ch} kl \cos \rho l + \left(\frac{k^2 - \rho^2}{2k\rho}\right) \operatorname{sh} kl \sin \rho l,$$

$$a_B = d_B = \operatorname{ch} kl,$$

$$b_A = \rho \left[\left(\frac{k^2 - \rho^2}{2k\rho}\right) \operatorname{sh} kl \cos \rho l + \left(\frac{k^2 + \rho^2}{2k\rho}\right) \operatorname{sh} kl - \operatorname{ch} kl \sin \rho l \right],$$

et,

$$b_B = k \operatorname{sh} kl,$$

$$c_A = \frac{1}{\rho}\left[-\left(\frac{k^2 - \rho^2}{2k\rho}\right) \operatorname{sh} kl \cos \rho l + \left(\frac{k^2 + \rho^2}{2k\rho}\right) \operatorname{sh} kl + \operatorname{ch} kl \sin \rho l \right],$$

$$c_B = \frac{1}{k} \operatorname{sh} kl.$$

Pour simplifier l'étude nous supposerons :

$$-\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{-1} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 > V_0 > -\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{-1} \left(\frac{5\pi}{4l}\right)^2,$$

soit

$$\pi < ul < \frac{5\pi}{4}.$$

Les variations de a_A qui déterminent le domaine de P_A sont représentées dans le tableau ci-dessous :

E..........	V_0	↗	E'	↗	E''	↗	E_l	↗	E'''	↗	0
ρ...........	0	↗		↗		↗	$\frac{\pi}{l}$	↗		↗	ul
a_A.........	$\operatorname{ch} ul + \frac{ul}{2} \operatorname{sh} ul$	↘	1	↘	-1	↘	$-\operatorname{ch}\sqrt{u^2 l^2 - \pi^2}$	↗	-1	↗	$\cos ul - \frac{ul}{2} \sin ul < 1$

Pour $E = V_0$, $\rho = 0$;

$$a_A > 1, \quad b_A = u \operatorname{sh} ul > 0,$$

$$a_B > 0, \quad b_B > 0.$$

[La condition (12) n'est pas satisfaite].

Pour $E = E_l$, $\rho = \frac{\pi}{l}$,

$$a_A < 0, \quad b_A = \frac{\pi^2}{l\sqrt{u^2 l^2 - \pi^2}} \operatorname{sh} \sqrt{u^2 l^2 - \pi^2} > 0,$$

$$a_B > 0, \quad b_B > 0.$$

[La condition (12) est alors satisfaite.]

Il existe une bande supplémentaire [2] s'étendant entre les énergies E' et E''. Les résultats sont figurés sur le graphique suivant (*fig.* 5).

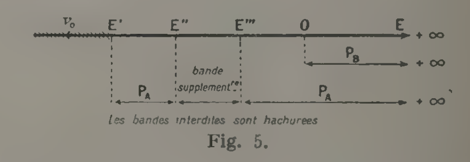


Fig. 5.

[2] Un résultat analogue a été déduit dans le cas d'un réseau linéaire périodique par E. H. Kerner (*Phys. Rev.*, 1954, **95**, 687.

Manuscrit reçu le 18 octobre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] SAWADA. — *Proc. Phys. Math. Soc. Japon*, 1942, **24**, 165.
SAXON et HUTNER. — *Philips Res. Rep.*, 1994, **4**, 81.
GINZBARG. — *Thèse*, Purdue University.
HOFFMANN. — *Acta Phys. Acad. Sc. Hunga*, 1951, **1**, 175.
ERGINSOY. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 893.

[2] GINZBARG. — *Thèse.*

[3] LÜTTINGER. — *Philips Res. Rep.*, 1951, **6**, 383.

EXPOSÉS ET MISES AU POINT BIBLIOGRAPHIQUES

INDÉPENDANCE DE CHARGE EN PHYSIQUE NUCLÉAIRE (1)

Par R. E. MARSHAK (2),
Faculté des Sciences, Paris.

Sommaire. — On présente les faits expérimentaux qui conduisent à postuler l'indépendance de charge des forces nucléaires. On considère à la fois les données sur les niveaux d'énergie dans les noyaux légers et sur la diffusion nucléon-nucléon à haute énergie. On esquisse le lien théorique qui relie l'indépendance de charge pour le système méson-nucléon aux forces nucléaires. Les données expérimentales en faveur de l'indépendance de charge pour le système méson π-nucléon sont tirées des phénomènes de diffusion méson π-nucléon, de la production des mésons π dans les noyaux et de la photoproduction des mésons. On traite de la signification générale de l'hypothèse de l'indépendance de charge.

Peu de temps après la découverte du neutron par Chadwick en 1932, il devint clair que le neutron et le proton jouent des rôles très similaires dans les noyaux atomiques : à la fois comme constituants, comme sources de liaison nucléaire et comme particules capables de se transformer l'une dans l'autre (par l'intermédiaire du champ électro-neutrinien). La faible différence de masse entre le neutron et le proton et l'importance secondaire des forces électromagnétiques dans la détermination de la structure des noyaux atomiques conduisent rapidement à admettre que le neutron et le proton correspondent à deux états de charge différents de la même particule : le nucléon. En effet, dès 1936, Cassen et Condon [1] réussirent à exprimer ce concept de façon formelle en assignant un spin isotopique au nucléon. Le même formalisme peut être étendu aux mésons π.

L'idée directrice du formalisme du spin isotopique consiste à définir un opérateur, le spin isotopique, dont les valeurs propres de la composante sur l'axe Oz caractérisent les différents états de charge de la particule en question. En même temps, un nouveau degré de liberté est introduit dans la fonction d'onde : la coordonnée de spin isotopique sur laquelle le spin isotopique opère et qui, avec les coordonnées d'espace et de spin ordinaire, fixe les propriétés de symétrie de la fonction d'onde. Pour un nucléon, l'opérateur de spin isotopique est désigné par τ et ses trois composantes sont définies en analogie complète avec l'opérateur spin ordinaire σ, c'est-à-dire :

$$\tau_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \tau_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Le véritable spin isotopique est $t = \frac{1}{2}\tau$ de même que le spin véritable est $s = \frac{1}{2}\sigma$. De plus, par analogie avec les deux fonctions propres dans l'espace de spin ordinaire, α et β (représentant le spin pointant dans les directions $+z$ et $-z$ respectivement), les deux fonctions propres dans l'espace de spin isotopique s'écrivent

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1a)$$

Il en résulte que

$$\tau_z \gamma = \gamma, \qquad \tau_z \delta = -\delta, \quad (2)$$

de sorte que si l'opérateur de charge e_n du nucléon est défini par

$$e_n = \frac{e}{2}(1 + \tau_z) \quad (2a)$$

(e est l'unité de charge électrique),

les valeurs propres γ et δ représentent respectivement les états proton (p) et neutron (n) du nucléon (correspondant au spin isotopique pointant dans les directions $+z$ et $-z$ respectivement).

Les opérateurs $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_x \pm i\,\tau_y)$ possèdent les

(1) Ce bref article de mise au point constitue le développement d'un exposé fait devant la Société française de Physique, le 26 mars 1954.

(2) Professeur d'Échange et Gugenheim Fellow, en congé d'absence de l'Université de Rochester pour l'année académique 1953-1954.

propriétés :

$$\tau_+ \gamma = 0, \qquad \tau_+ \delta = \gamma; \tag{3a}$$

$$\tau_- \gamma = \delta, \qquad \tau_- \delta = 0. \tag{3b}$$

Par conséquent τ_+ convertit un neutron en proton et τ_- un proton en neutron.

Dans le but d'exposer le rôle joué par le spin isotopique du nucléon dans la détermination des propriétés de symétrie de la fonction d'onde, il est nécessaire de considérer un système de deux nucléons au moins. Le spin isotopique total T de deux nucléons 1 et 2 peut s'écrire sous la forme

$$\tilde{T} = \frac{1}{2}(\tilde{\tau}_1 + \tilde{\tau}_2) \tag{4a}$$

et la charge totale :

$$e_{n1} + e_{n2} = e(1 + T_z). \tag{4b}$$

Les quatre fonctions propres du spin isotopique total sont indiquées dans le tableau I en même temps que leurs propriétés.

TABLEAU I.
Système de deux nucléons.

Fonction propre de spin isotopique.	T.	Symétrie de la fonction propre.	T_z.	Identification de l'état de charge.
$\gamma(1)\gamma(2)$	1	Symétrique	1	p + p
$\dfrac{\gamma(1)\delta(2)+\gamma(2)\delta(1)}{\sqrt{2}}$	1	»	0	n + p
$\delta(1)\delta(2)$	1	»	−1	n + n
$\dfrac{\gamma(1)\delta(2)-\gamma(2)\delta(1)}{\sqrt{2}}$	0	Antisymétrique	0	n + p

La colonne 1 du tableau I indique la fonction propre, la colonne 2 le spin isotopique total $\left(T = 0 \text{ ou } 1 \text{ puisque } t = \frac{1}{2}\right)$, la colonne 3 le caractère de symétrie de la fonction propre, la colonne 4 la composante z du spin isotopique total et la colonne 5 les états de charge des deux nucléons associés à la valeur donnée de T_3. Le principe de Pauli ordinaire pour un système de protons ou de neutrons peut maintenant être généralisé de la façon suivante pour un système de nucléons : la fonction d'onde totale pour un système de nucléons doit être totalement antisymétrique par rapport aux coordonnées d'espace, de spin et de spin isotopique des nucléons. Il ressort évidemment du tableau I que le principe de Pauli généralisé se réduit au principe de Pauli ordinaire pour les systèmes de deux protons et de deux neutrons puisque la fonction d'onde du spin isotopique doit être symétrique. Le principe de Pauli généralisé est conciliable avec le *non-application* du principe de Pauli ordinaire au système neutron-proton puisque les deux types de symétrie de la fonction d'onde de spin isotopique sont permis. Si l'on veut énoncer le résultat sous une autre forme, la classe d'états correspondant à l'échange antisymétrique des coordonnées d'espace *et* de spin ordinaire, c'est-à-dire ^1S, ^3P, ^1D, ^3F, ... peut être entièrement occupée par les systèmes p-p, n-p, et n-n (puisque $T = 1$), tandis que la série d'états correspondant à l'échange symétrique des coordonnées d'espace *et* de spin ordinaire, c'est-à-dire : S, ^1P, D, ^1F, ... peut seulement être occupée par le système *n-p* (puisque $T = 0$). L'élaboration des arguments ci-dessus peut être poursuivie pour un nombre arbitraire de nucléons et conduit à une correspondance unique entre les états dont le spin isotopique total est donné et les propriétés de symétrie bien connues de la fonction d'onde par rapport aux coordonnées d'espace et de spin ordinaire.

La classification des états d'un ensemble de nucléons par rapport à la valeur du spin isotopique total est particulièrement utile si l'interaction nucléaire est indépendante de charge, c'est-à-dire indépendante des états de charge des nucléons dans l'ensemble considéré. L'interaction indépendante de charge la plus générale entre deux nucléons peut s'écrire sous la forme

$$I(1, 2) = A + B\tilde{\tau}_1 . \tilde{\tau}_2, \tag{5}$$

où A et B sont des fonctions arbitraires des coordonnées d'espace et de spin des deux nucléons (satisfaisant naturellement toutes les conditions habituelles d'invariance [2]. Puisque le spin isotopique total $T = \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2)$ commute avec (5), c'est une constante du mouvement et tous les états seront caractérisés par $T = 1$ ou 0 (triplet ou singulet isotopique respectivement) et seront par conséquent indépendants de T_3 c'est-à-dire des états chargés des deux nucléons. Par suite, l'état fondamental du deutéron (avec $T=0$) n'aura pas d'analogue dans les systèmes p-p et n-n, tandis que, si l'indépendance de charge est valable, le niveau virtuel ^1S du deutéron (avec $T = 1$) doit trouver sa contrepartie dans les systèmes p-p et n-n. De plus, la diffusion nucléon-nucléon à toutes les énergies doit pouvoir se décrire par des déphasages correspondant aux différents états qui dépendent de T, mais non de T_3.

En réalité, on peut montrer que, indépendamment des valeurs des déphasages, l'indépendance de charge des forces nucléaires conduit à certaines inégalités entre les sections efficaces de diffusion nucléon-nucléon. Par exemple, si f_3 et f_1 dénotent les amplitudes de diffusion du triplet et du singulet isotopiques respectivement dans la diffusion nucléon-nucléon, on peut écrire les sections efficaces différentielles σ_{pp}, σ_{np}, σ_{pn} pour les diffusion p-p, n-p et p-n de la façon suivante :

$$\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega} = |f_3|^2, \tag{6a}$$

$$\frac{d\sigma_{np}}{d\Omega} = \frac{1}{4}|f_3 + f_1|^2, \tag{6b}$$

$$\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega} = \frac{1}{4}|f_3 + f_1|^2 \tag{6c}$$

(la section efficace n-n est identique à la section efficace p-p en raison de la symétrie de charge). Puisque les trois sections efficaces indépendantes (6a)-(6c) sont exprimées en fonction des trois inconnues (les amplitudes de diffusion des triplet et singulet isotopiques, de même que leur phase relative), on peut dériver

les inégalités suivantes :

$$\sqrt{\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega}} \geq \sqrt{\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega}}, \qquad (7a)$$

$$\sqrt{\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega}} \geq \sqrt{\frac{d\sigma_{np}}{d\Omega}}, \qquad (7b)$$

$$\sqrt{\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_{np}}{d\Omega}} \geq \sqrt{\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega}}, \qquad (7c)$$

valides à tous les angles et toutes les énergies.

Mais, dans le système du centre de masse,

$$\frac{d\sigma_{pn}(\theta)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{np}(\pi-\theta)}{d\Omega}$$

où θ est l'angle de diffusion, de sorte que l'équation (7*a*) devient

$$\sqrt{\frac{d\sigma_{np}(\theta)}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_{np}(\pi-\theta)}{d\Omega}} \geq \sqrt{\frac{d\sigma_{pp}(\theta)}{d\Omega}}. \qquad (8)$$

Il en va de même des équations (7 *b*) et (7 *c*).

Les évidences expérimentales connues jusqu'à présent confirment l'indépendance de charge de l'interaction nucléon-nucléon [3] aux basses énergies (au-dessous de 10 MeV), mais sont beaucoup plus ambiguës aux énergies élevées. Par exemple, il est certainement vrai que la longueur de collission et la portée effective dans les diffusions n-p et p-p correspondant à l'état ^1S (après les corrections provenant de l'interaction coulombienne entre deux protons et des interactions de moment magnétique différents pour les systèmes n-p et p-p) sont identiques dans les limites de l'erreur expérimentale [4]. Cependant, la situation aux hautes énergies est beaucoup moins nette et embrouillée par des résultats expérimentaux contradictoires. Plus précisément, l'isotropie et la constance de la section efficace différentielle de diffusion p-p dans la région 100 à 350 MeV, favorisent une forte contribution des états triplets (^3P, ^3F, ...) à l'interaction p-p [5]. De plus, les grands effets de polarisation observés récemment dans le même domaine d'énergie dans les doubles diffusions p-p [6], [7] ne laissent aucun doute sur l'existence de l'interaction dans l'état triplet entre deux protons et exigent par ailleurs que cette interaction possède une puissante composante non centrale. Ceci est une conséquence du fait que l'assymétrie azimutale observée après la seconde diffusion est possible seulement s'il y a couplage entre les spins et les orbites des deux protons [soit au moyen d'une interaction tensorielle, soit au moyen du type habituel de force spin-orbite $L.S$ où L est le moment angulaire orbital et $S = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$] et ce couplage peut seulement intervenir dans les états triplets. Pour deux protons ($T = 1$), les seuls états triplets sont les états de parité impaire ^3P ^3F, ... et par conséquent les expériences de polarisation impliquent une forte interaction non centrale dans les états impairs.

D'autre part, la section efficace différentielle de diffusion n-p observée dans le domaine de 40 à 280 MeV présente [5] une décroissance monotone en fonction de l'énergie, une anisotropie croissante et, dans la plupart des expériences, une quasi-symétrie par rapport à 90° (dans le système du centre de masse). La décroissance monotone de la section efficace et la forte anisotropie sont explicables dans le cadre d'un potentiel purement central, à condition de choisir une combinaison linéaire convenable des quatre invariants de spin et de spin isotopique, c'est-à-dire $\vec{\sigma}_1.\vec{\sigma}_2$, $\vec{\tau}_1.\vec{\tau}_2$ et $\vec{\sigma}_1.\vec{\sigma}_2\ \vec{\tau}_1.\vec{\tau}_2$ (ces quatre opérateurs peuvent être exprimés en fonctions des opérateurs d'échange habituels de spin et d'espace — Wigner, Bartlett, Majorana et Heisenberg — en vertu du principe de Pauli généralisé). Contrairement aux résultats de la diffusion p-p, la diffusion n-p aux énergies élevées ne présente aucune évidence claire d'une interaction non centrale. D'autre part, si les distributions angulaires n-p sont aussi symétriques par rapport à 90° que les expériences de Berkeley semblent l'indiquer, on peut seulement admettre une petite proportion de force nucléaire dans les états de parité impaire (force à la fois centrale et non centrale dans les états triplets ^3P, ^3F, ... et force centrale seulement dans les états singulets ^1P, ^1F, ...); ceci résulte du fait que la symétrie par rapport à 90° nécessite l'absence des harmoniques sphériques impairs associés à la diffusion dans les états de parité impairs. Ce résultat ne peut pas être concilié d'une manière évidente avec l'indépendance de charge de l'interaction nucléon-nucléon. Étant donné que les effets de polarisation observés dans la double diffusion p-p à Rochester [6] ont été maintenant confirmés par plusieurs autres laboratoires [7], il est nécessaire de mesurer à nouveau la section différentielle correspondant à la diffusion n-p non polarisée, particulièrement dans la région d'énergie 100-300 MeV, afin de déterminer si la diffusion n-p est réellement tellement symétrique par rapport à 90° ([3]) ou si l'explication doit être recherchée soit dans un échec de l'indépendance de charge, soit comme résultant d'un potentiel nucléaire indépendant de charge d'un type particulier qui peut rendre compte simultanément de la quasi-symétrie de la diffusion n-p par rapport à 90° et de la grande polarisation produite dans la diffusion p-p. Il faut noter que la polarisation dans la diffusion n-p a également été observée [7], mais avec une intensité moins grande que celle produite dans la diffusion p-p et certainement de façon conciliable avec l'indépendance de charge des forces nucléaires. Finalement, il faut remarquer qu'aucune mesure de diffusion à haute énergie ne viole les inégalités (7 *a*) — (8), bien que l'on ne doive pas oublier que ces inégalités peuvent infirmer l'indépendance de charge, mais non la confirmer.

L'examen du problème de deux nucléons a conduit par conséquent à des résultats peu concluants en ce qui concerne l'indépendance de charge : les résultats expérimentaux sur la diffusion à basse énergie confirment l'indépendance de charge de l'interaction entre deux nucléons dans les états ^1S, mais les expériences de diffusion à haute énergie ne sont pas conciliables de façon évidente avec l'indépendance de charge dans les états de moment angulaire plus élevé ^3P, ^1D, ^3F, ... Par conséquent, il est intéressant d'examiner les résultats obtenus sur les noyaux complexes, plus lourds que l'hélium qui doivent faire intervenir, en vertu du principe de Pauli, les forces nucléaires dans des états de moment angulaire plus

([3]) *cf.* [8].

élevé que l'état ${}^1S$. On peut montrer facilement qu'un ensemble de N nucléons interagissant l'un avec l'autre conformément à l'indépendance de charge satisfera à une loi de conservation du spin isotopique total en analogie complète avec le système de deux nucléons. Ceci a deux conséquences, à condition bien entendu de soustraire les effets de l'interaction de Coulomb entre protons (et peut-être aussi de légères différences entre les interactions magnétiques des nucléons) ainsi que la différence de masse neutron-proton :

1° Le spin isotopique $\overline{T} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\overline{\tau}_i$ (A est le nombre atomique) d'un noyau est une constante du mouvement qui prend les valeurs 0, 1, 2, ..., $\frac{A}{2}$ si A est pair et les valeurs $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots, \frac{A}{2}$ si A est impair. Les états stationnaires correspondant à une valeur donnée de T sont $(2T+1)$ fois dégénérés dans l'espace du spin isotopique. Autrement dit il devrait y avoir $(2T+1)$ noyaux qui diffèrent selon les valeurs de T_z ($T_z = -T, -T+1, T-1, T$), ou si l'on veut de la charge Q $\left(\text{puisque } Q = \frac{A}{2} + T_z\right)$, en conservant la même valeur de l'énergie et les mêmes nombres quantiques, c'est-à-dire mêmes spin, parité, etc. Le noyau possédant la plus faible valeur de $|T_z|$ correspond à $T_3 = 0$ pour A pair (nombre égal de protons et de neutrons) et à $|T_z| = \frac{1}{2}$ pour A impair (un neutron ou un proton de plus).

2° Le spin isotopique total est conservé dans une réaction nucléaire. Par exemple, si une réaction fait intervenir initialement deux noyaux N_1 et N_2 qui produisent deux noyaux N_3 et N_4 (N_3 et N_4 pouvant d'ailleurs représenter des états excités de N_1 et N_2), la relation suivante sera valable :

$$\tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 + \tilde{T}_4, \qquad (9)$$

où T_j est le spin isotopique du noyau N_j. Les opérateurs de spin isotopique qui interviennent dans (9) s'additionnent suivant les règles habituelles d'addition des moments nucléaires. Ceci revient à dire que le spin isotopique initial T_i ne peut prendre que les valeurs

$$|T_1 - T_2|, \quad |T_1 - T_2| + 1, \quad \ldots, \quad T_1 + T_2, \qquad (10a)$$

et que le spin isotopique final peut seulement prendre les valeurs

$$|T_3 - T_4|, \quad |T_3 - T_4| + 1, \quad \ldots, \quad T_3 + T_4. \qquad (10b)$$

De plus, si $(T_i)_z$ (charge total de N_1 et N_2) est spécifié, seuls sont possibles les états initiaux pour lesquels $T_i \geq |(T_i)_z|$. L'équation (9) implique par conséquent que les seuls états finaux qui sont compatibles avec l'hypothèse de l'indépendance de charge sont ceux qui sont spécifiés par

$$(T_f)_z = (T_i)_z \quad \text{(conservation de la charge)} \qquad (11a)$$

et

$$T_f = |(T_i)_z|, \quad |(T_i)_z| + 1, \quad \ldots, \quad T_1 + T_2. \qquad (11b)$$

Si $|(T_i)_z| = T_1 + T_2$, il est possible de prévoir le rapport des sections efficaces [9] de production de noyaux correspondant aux mêmes $T_f (= T_i)$ et $(T_f)_z$ $[= (T_f)_z]$, mais avec différentes charges individuelles [par exemple $(T_3)_z$ et $(T_4)_z$]. Le rapport de ces sections efficaces s'obtient très simplement à l'aide des coefficients bien connus de Clebsch-Gordan, qui relient les états propres de (T_f) et $(T_f)_z$ à ceux de $(T_3)_z$ et $(T_4)_z$. La règle précédente peut évidemment être généralisée au cas où un nombre quelconque de noyaux est produit dans la réaction.

Comme illustration de l'indépendance de charge dans la détermination des niveaux d'énergie des noyaux, considérons la suite des trois noyaux voisins correspondant à $A = 8, 10, 12, 14$. On trouvera dans le tableau II les énergies des états fondamentaux des noyaux correspondant à $T_3 = \pm 1$ et des premiers états excités des noyaux correspondant à $T_3 = 0$; dans chaque cas, une correction a été appliquée pour tenir compte du nombre différent de protons en soustrayant les énergies coulombiennes [10].

TABLEAU II.

Triplet.	$T_z = +1$.	$T_z = 0$.	$T_z = -1$.
${}^8Li-{}^8Be-{}^8B$	17,0	17,0	16,3 ± 0,3 (*)
${}^{10}Be-{}^{10}B-{}^{10}C$	1,9	1,74	2,0 ± 0,1
${}^{12}B-{}^{12}C-{}^{12}N$	15,1	15,09	15,5 ± 0,1 (*)
${}^{14}C-{}^{14}N-{}^{14}O$	2,2	2,31	2,5 ± 0,1

(*) L'identification des états inférieurs $T = 1$ dans les états bore-10 et azote-14 est presque certaine, dans le beryllium-8, elle est très probable et dans le carbone-12 elle est probable.

Si l'on tient compte de la méthode grossière employée dans le calcul de la correction coulombienne, la proximité des trois valeurs de l'énergie pour chaque valeur de A suggère fortement que les états en question pour les trois noyaux de même A appartiennent à un triplet isotopique et par conséquent que $T = 1$ pour tous les états du tableau II. Une autre vérification de ce fait, au moins en ce qui concerne ${}^{10}B$ et ${}^{14}N$, réside dans la non-observation des réactions

$$\left.\begin{array}{ll} {}^{10}B_{(d,\, d')}\,{}^{10}B^*, & {}^{14}N_{(d,\, d')}\,{}^{14}N^*, \\ {}^{16}O_{(d,\, \alpha)}\,{}^{14}N^*, & {}^{14}N_{(\alpha,\, \alpha')}\,{}^{14}N^*. \end{array}\right\} \qquad (12)$$

Au contraire, les mêmes réactions conduisant à des états excités de ${}^{10}B$ et ${}^{14}N$ auxquels on impose la condition $T = 0$ (c'est-à-dire des états qui n'ont pas d'analogues dans les noyaux voisins) sont observés [4]. On explique ces résultats [11] en tenant compte du fait que dans toutes les réactions [12], trois des noyaux possèdent le spin isotopique 0, tandis que le spin isotopique de ${}^{14}N^*$ est 1, de sorte que

$$T_f(=1) \neq T_i(=0), \qquad (13)$$

et que l'équation (9) n'est pas vérifiée. Un autre argument qui confirme l'interprétation ci-dessus réside dans l'observation de la réaction (1) :

$$p + {}^{14}N \rightarrow p' + {}^{14}N^* \qquad (14)$$

qui est entièrement compatible avec l'indépendance de charge $\left(\text{puisque } T_i = \frac{1}{2},\ T_f = \frac{1}{2} \text{ ou } \frac{3}{2}\right)$.

Pour illustrer la manière dont la loi de conservation du spin isotopique peut permettre de calculer le rapport des sections efficaces, indépendamment de la nature détaillée des forces nucléaires qui sont en jeu, on compare les deux réactions

$$^{9}B(d, p)^{10}Be \quad \text{et} \quad ^{9}Be(d, n)^{10}B^{*}. \qquad (15)$$

Ici

$$T_i = \frac{1}{2}, \qquad (T_i)_z = -\frac{1}{2},$$

de sorte que

$$T_f = \frac{1}{2}, \qquad (T_f)_z = -\frac{1}{2}.$$

Si, dans la représentation $[T_f, (T_f)_z]$ on désigne l'état final par $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ et si, dans la représentation $[(T_3)_z, (T_4)_z]$ (*voir* ci-dessus), on désigne les états par les noms des noyaux produits, on peut écrire [12] :

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}(p, {}^{10}Be) - \sqrt{\frac{1}{3}}(n, {}^{10}B^{*}), \qquad (16)$$

d'où il ressort évidemment que le rapport de la première à la deuxième section efficace est 2. Malheureusement, la valeur absolue de la section efficace pour la seconde réaction [15] n'a pas encore été mesurée, de sorte que l'exactitude du rapport prédit ne peut pas être vérifiée. En fait, aucune expérience réalisée jusqu'à présent n'a été suffisamment précise pour vérifier cet aspect de l'hypothèse de l'indépendance de charge.

Dans la région des énergies faibles, cette hypothèse conduit aussi à des règles de sélection intéressantes pour les émissions β et γ. Ainsi, dans le domaine des phénomènes de désintégration β, l'indépendance de charge des forces nucléaires impose la relation $\Delta T = 0$ pour les règles de sélection de Fermi et $\Delta T = 0, \pm 1$ pour les règles de sélection de Gamow-Teller (ΔT représente la variation de spin isotopique entre le noyau initial et le noyau final). Pour l'émission γ, les règles de sélection sont $\Delta T = 0, \pm 1$ pour tous les ordres multipolaires sauf pour l'émission électrique dipolaire dans les noyaux self-conjugués (c'est-à-dire où $T_z = 0$) où la relation $\Delta T = 0$ est interdite. Les règles de sélection de spin isotopique pour les émissions β et γ, ainsi que le degré de modification de ces règles de sélection par le champ de Coulomb, sont discutées en détail dans l'article de Wilkinson [4].

Le formalisme du spin isotopique pour le nucléon permet d'exprimer aisément l'hypothèse selon laquelle le neutron et le proton correspondent à deux états de charge différents de la même particule (nucléon) et que l'interaction nucléon-nucléon est indépendante de charge. Nous allons montrer maintenant que l'attribution au méson π d'un moment angulaire isotopique (appelé aussi « spin » isotopique) de grandeur unité [13] permet d'identifier π^+, π^0, et π^- comme trois états de charge différents de la même particule (méson π) et d'exprimer l'hamiltonien d'interaction du système méson π-nucléon sous une forme particulièrement simple. En fait, l'extension aux mésons π du formalisme du spin isotopique conduit directement à la généralisation du principe de conservation du spin isoptique pour les systèmes méson π-nucléon et à l'indépendance de charge des forces nucléaires- à condition, pour ce dernier point, d'admettre que le méson π est le quantum de champ responsable de l'interaction nucléon-nucléon.

Pour comprendre la définition du spin isotopique du méson π, il est nécessaire de rappeler la formule de la densité de charge ρ du champ mésique chargé, c'est-à-dire

$$\rho = -\frac{ie}{\hbar}\left(\frac{\partial\Phi^*}{\partial t}\Phi - \frac{\partial\Phi}{\partial t}\Phi^*\right) = -\frac{ie}{\hbar}(\pi\Phi - \pi^*\Phi^*),$$

où

$$\pi = \frac{\partial\Phi^*}{\partial t} \qquad \text{et} \qquad \pi^* = \frac{\partial\Phi}{\partial t}. \qquad (17)$$

Dans l'équation (17), Φ est l'amplitude du champ quantique complexe [14], (correspondant à la création de mésons π^+ et à la destruction de mésons π^-), Φ^* est le conjugué hermitien de Φ (correspondant à la destruction de mésons π^+ et à la création de mésons π^-), π et π^* sont les moments canoniquement conjugués de Φ et Φ^* respectivement. Si l'on écrit

$$\Phi = \frac{\Phi_1 + i\Phi_2}{\sqrt{2}},$$

où Φ_1 et Φ_2 sont les amplitudes du champ réel, on a

$$\Phi^* = \frac{\Phi_1 - i\Phi_2}{\sqrt{2}}, \qquad \pi = \frac{\pi_1 - i\pi_2}{\sqrt{2}}, \qquad \pi^* = \frac{\pi_1 + i\pi_2}{\sqrt{2}},$$

où π_1 et π_2 sont les moments canoniquement conjugués (réels) de Φ_1 et Φ_2 respectivement. Exprimée au moyen de fonctions réelles, l'équation (19) devient

$$\rho = \frac{e}{\hbar}(\Phi_1\pi_2 - \Phi_2\pi_1). \qquad (18)$$

Si maintenant l'on désigne par Φ_3 l'amplitude réelle quantifiée du champ mésique neutre (et par π_3 sa quantité de mouvement canoniquement conjuguée), l'équation (18) est inchangée puisque le méson π^0 ne contribue pas à la densité de charge. Si, de plus, l'on introduit les vecteurs Φ et π dont les composantes sont respectivement (Φ_1, Φ_2, Φ_3) et (π_1, π_2, π_3) l'équation (18) peut s'écrire sous la forme

$$\rho = \frac{e}{\hbar}(\Phi.\pi)_z. \qquad (19)$$

La charge totale q s'écrit par conséquent

$$q = \frac{e}{\hbar}\int(\Phi.\pi)_z\,dx. \qquad (20)$$

Par analogie avec τ dont la composante sur Oz est liée à la charge du nucléon, on définit le moment angulaire isotopique (de spin) du méson π de façon telle que sa composante z soit liée (dans ce cas, directement proportionnelle) à la charge du méson π. C'est-à-dire

$$\theta = \frac{1}{\hbar}\int(\Phi.\pi)\,dx \qquad (21)$$

et par suite

$$q = e\theta_z, \qquad (22)$$

où les valeurs propres $+1, 0, -1$ de θ_3 représentent

les mésons π^+, π^0, et π respectivement. De l'équation (21), il ressort que θ présente une ressemblance formelle avec l'opérateur de moment angulaire orbital [13] (mais réduit à la grandeur unité), à l'opposé de τ qui ressemble à l'opérateur ordinaire de moment angulaire de spin.

Les théories mésiques des forces nucléaires [15] conduisent à certaines conclusions en ce qui concerne l'indépendance de charge des forces nucléaires. En particulier, celle-ci sera obtenue quelle que soit la façon dont l'hamiltonien d'interaction méson π-nucléon dépend de l'espace et du spin ordinaire (et en fait du spin ordinaire et de la parité du champ mésique), à condition que

$$g_n^0 = -g_p^0 = \frac{g}{\sqrt{2}}, \tag{23}$$

où g_p^0, g_n^0 sont les constantes de couplage du méson neutre avec le proton et le neutron respectivement et g la constante de couplage du méson chargé avec le nucléon (en raison de l'invariance de jauge la même constante g caractérise le couplage du méson positif ou négatif au proton ou au neutron). Puisqu'on sait maintenant que le méson π est le quantum principal du champ responsable de l'interaction nucléon-nucléon, nous admettrons que l'équation (23) est valable pour l'interaction méson π-nucléon. Bien que nous sachions que le méson π est une particule pseudoscalaire [16] probablement couplée au champ nucléonique de façon pseudoscalaire [17], il est intéressant d'étudier les conséquences de l'équation (23) sans rien spécifier des propriétés du champ mésique.

L'hamiltonien d'interaction qui entraîne la relation (23) entre les constantes de couplage est

$$H_{\text{int}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \int \psi^\star \tilde{\tau} \, O \, \tilde{\psi} \, \Phi \, d\tilde{x}, \tag{24}$$

où ψ est la fonction d'onde du nucléon (spineur quantifié de Dirac) et O un opérateur relativistiquement invariant (faisant intervenir les coordonnées d'espace et de spin du méson π et du nucléon) qui n'a pas besoin d'être spécifié. L'équivalence des équations (23) et (24) devient évidente quand on écrit $\tau.\Phi$ sous la forme

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}.\tilde{\Phi} &= \tau_x \Phi_1 + \tau_y \Phi_2 + \tau_z \Phi_3 \\ &= \sqrt{2}(\tau_- \Phi + \tau_+ \Phi^*) + \tau_z \Phi_3. \end{aligned} \tag{25}$$

Les équations (24) et (25) permettent de déterminer immédiatement la façon dont l'interaction nucléon-nucléon dépend du spin isotopique en supposant simplement que l'hamiltonien d'interaction méson π-nucléon est proportionnel à $\tilde{\tau}.\tilde{\Phi}$. Il est facile de voir que la force du second ordre entre deux nucléons 1 et 2, qui résulte de l'émission d'un méson π par un nucléon et de son absorption par l'autre nucléon, doit être proportionnelle à $\tilde{\tau}_1.\tilde{\tau}_2$. La force nucléaire à tout ordre supérieur ne peut pas faire intervenir plus d'un autre terme (dans la mesure où l'on considère seulement la dépendance en fonction du spin isotopique), lequel ne peut contenir ni $\tilde{\tau}_1$, ni $\tilde{\tau}_2$. En d'autres termes, l'interaction nucléon-nucléon déduite de l'équation (24) doit avoir la forme (5) qui, comme on l'a remarqué plus haut, est indépendante de charge.

L'équation (24) permet aussi d'utiliser largement le formalisme du spin isotopique à la fois pour les mésons π et les nucléons et de l'appliquer à des processus concernant des mésons π réels. Ainsi, le spin isotopique total $\tilde{T}$ d'un système de n nucléons et de m mésons π étant défini par

$$\tilde{T} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \tilde{\tau}_i + \sum_{j=1}^{m} \tilde{\theta}_j, \tag{26}$$

on peut montrer aisément (en utilisant les propriétés de commutation des opérateurs $\tilde{\tau}$ pour les nucléons et des opérateurs $\tilde{\Phi}$ et $\tilde{\pi}$ pour le champ mésique) que $\tilde{T}$ commute avec l'hamiltonien d'interaction (24) et constitue par conséquent une constante du mouvement. Ceci revient à dire que le spin isotopique total aussi bien que sa composante sur Oz se conservent dans les réactions faisant intervenir les mésons π et les nucléons. En fait, la discussion de l'équation (9) peut être transposée aux systèmes méson π-nucléon. Nous allons maintenant appliquer la loi de conservation du spin isotopique à plusieurs réactions caractéristiques méson π-nucléon, et comparer les prédictions théoriques aux résultats expérimentaux.

Le premier processus auquel nous appliquons les considérations ci-dessus est la diffusion méson π-nucléon. En principe, il y a quatre réactions indépendantes correspondant à une diffusion méson π-nucléon :

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + p, \tag{27 a}$$

$$\pi^- + p \to \pi^- + p, \tag{27 b}$$

$$\pi^- + p \to \pi^0 + n, \tag{27 c}$$

$$\pi^0 + p \to \pi^0 + p. \tag{27 d}$$

Toutes les autres réactions de diffusion peuvent être déduites des équations (27 a)-(27 d) à l'aide de la symétrie de charge, c'est-à-dire au moyen des substitutions : $p \to n$, $n \to p$, $\pi^+ \to \pi^-$, $\pi^- \to \pi^+$, $\pi^0 \to \pi^0$. Puisque l'état initial concerne seulement un seul méson π et un seul nucléon, les seules valeurs possibles de T_i sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$, avec la condition $T_i \geqq |(T_i)_z|$. Dans la réaction (27 a), $(T_i)_z = \frac{3}{2}$, de sorte que la seule valeur possible est $T_i = \frac{3}{2}$; au contraire, pour les réactions (27 b)-(27 d), $(T_i)_z = -\frac{1}{2}$, de sorte que l'on peut avoir $T_i = \frac{1}{2}$ ou $T_i = \frac{3}{2}$.

Puisque le spin isotopique total doit être conservé $T_f = T_i$ et par conséquent on a $T_f = \frac{3}{2}$ pour la réaction (27 a) et $T_f = \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ pour les réactions (27 b)-(27 d).

Tandis que les réactions (27 a)-(27 d) sont analysées en fonction du spin isotopique total T et de la charge totale T_z, les observations sont faites sur des états de charge différents du méson π et du nucléon. Les états correspondant à des valeurs données de T et T_z peuvent être exprimés au moyen

d'une combinaison linéaire des états ayant des charges données pour le méson π et le nucléon.

Si $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ désigne la fonction d'onde de l'état final correspondant à $T_f = \frac{3}{2}$, $(T_f)_z = \frac{1}{2}$, et si par analogie (π^0, p) désigne la fonction d'onde de l'état final pour le système méson π-nucléon dans lequel on a $(\theta_f)_z = 0$, $(t_f)_z = \frac{1}{2}$, on peut obtenir le tableau suivant [12].

TABLEAU III.

États de charge du système nucléon-méson π.

$T = \frac{3}{2}$.	$T = \frac{1}{2}$.
$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) = (\pi^+, \mathrm{p})$	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = -\sqrt{\frac{1}{3}}(\pi^0, \mathrm{p}) + \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^+, \mathrm{n})$
$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^0, \mathrm{p}) + \sqrt{\frac{1}{3}}(\pi^+, \mathrm{n})$	$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^-, \mathrm{p}) - \sqrt{\frac{1}{3}}(\pi^0, \mathrm{n})$
$\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{3}}(\pi^-, \mathrm{p}) + \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^0, \mathrm{n})$	
$\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) = (\pi^-, \mathrm{n})$.	

On peut maintenant calculer les sections efficaces pour les différents processus de diffusion. Soient $f_{\frac{3}{2}}$ et $f_{\frac{1}{2}}$ les amplitudes de diffusion (exprimées en fonction de l'amplitude incidente) dans les états de spin isotopique doublet et quadruplet respectivement. Considérons d'abord la réaction (27 *a*); dans ce cas, le seul état final est l'état $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Par conséquent, l'amplitude de diffusion est $f_{\frac{3}{2}}$ et la section efficace σ_+ pour ce processus est simplement :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_+}{\mathrm{d}\Omega} = \left|f_{\frac{3}{2}}\right|^2. \tag{28a}$$

Considérons ensuite les réactions (27 *b*) et (27 *c*); l'examen du tableau II permet d'écrire :

$$(\pi^-, \mathrm{p}) = \sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) + \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$

D'où l'amplitude de diffusion :

$$f_{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) + f_{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

qu'on peut exprimer (au moyen du tableau III) sous la forme

$$\left(\frac{1}{3}f_{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}f_{\frac{1}{2}}\right)(\pi^-, \mathrm{p}) + \sqrt{\frac{2}{9}}\left(f_{\frac{3}{2}} - f_{\frac{1}{2}}\right)(\pi^0, \mathrm{n}).$$

Ainsi les deux sections efficaces pour les réactions (27 *b*) et (27 *c*) désignées par σ_{--} et σ_{-0} respectivement sont

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{--}}{\mathrm{d}\Omega} = \left|\frac{1}{3}f_{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}f_{\frac{1}{2}}\right|^2. \tag{28b}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{-0}}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{2}{9}\left|f_{\frac{3}{2}} - f_{\frac{1}{2}}\right|^2. \tag{28c}$$

D'une manière analogue, on trouve pour la réaction (27 *b*), la section efficace σ_0 :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}\Omega} = \left|\frac{2}{3}f_{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}f_{\frac{1}{2}}\right|^2. \tag{28d}$$

Les équations (28 *a*)-(28 *d*) contiennent trois valeurs arbitraires : les amplitudes $f_{\frac{1}{2}}$ et $f_{\frac{3}{2}}$ et leur phase relative. L'élimination de ces trois quantités conduit à la relation de Heitler [18] :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{-0}}{\mathrm{d}\Omega} + \frac{2\,\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{d}\sigma_+}{\mathrm{d}\Omega} + \frac{\mathrm{d}\sigma_{--}}{\mathrm{d}\Omega},$$

valable pour tous les angles et toutes les énergies.

L'équation (29) est assez peu intéressante puisqu'il n'est pas possible d'observer la réaction (27 *d*). Ceci est dû au fait que le méson π^0 se détintègre trop rapidement en deux rayons γ. Il est plus intéressant d'appliquer la conservation du spin isotopique, soit à la région des faibles énergies où il est justifié d'analyser les sections efficaces expérimentales en fonction d'un petit nombre de déphasages, soit à un domaine d'énergie où la contribution prépondérante à la section efficace provient des états $T = \frac{1}{2}$ ou $T = \frac{3}{2}$, mais pas les deux. Dans chaque cas, on peut tirer des prédictions théoriques concernant les réactions (27 *a*)-(27 *c*), lesquelles peuvent être vérifiées par des expériences suffisamment précises. Ainsi, par exemple, si l'analyse des réactions (27 *a*)-(27 *c*) de diffusion méson π-nucléon, nécessite seulement l'inclusion des deux moments angulaires les plus faibles $l = 0$ et $l = 1$, chaque réaction, sans conservation du spin isotopique nécessiterait trois déphasages indépendants (c'est-à-dire $s_{\frac{1}{2}}$, $p_{\frac{1}{2}}$ et $p_{\frac{3}{2}}$), soit au total neuf péphasages. Si l'on impose la condition d'indépendance de charge, ce nombre se réduit à 6 : les déphasages $s_{\frac{1}{2}}$, $p_{\frac{1}{2}}$ et $p_{\frac{3}{2}}$ correspondant à $T = \frac{1}{2}$ (désignés par α_1, α_{11} et α_{13} respectivement) et les déphasages $s_{\frac{1}{2}}$, $p_{\frac{1}{2}}$ et $p_{\frac{3}{2}}$ correspondant à $T = \frac{3}{2}$ (désignés par α_3, α_{31} et α_{33}). D'autre part, supposons que l'état $T = \frac{1}{2}$ donne de très loin la contribution prépondérante aux sections efficaces; les équations (28 *a*) et (28 *c*) entraînent immédiatement :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_+}{\mathrm{d}\Omega} : \frac{\mathrm{d}\sigma_{--}}{\mathrm{d}\Omega} : \frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}\Omega} = 0 : 2 : 1. \tag{30}$$

De la même façon, si l'état $T = \frac{3}{2}$ est prépondérant, on trouve

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_+}{\mathrm{d}\Omega} : \frac{\mathrm{d}\sigma_{--}}{\mathrm{d}\Omega} : \frac{\mathrm{d}\sigma_{-0}}{\mathrm{d}\Omega} = 9 : 1 : 2. \tag{31}$$

Il est possible de vérifier les équations (30) et (31), en même temps que l'on peut démontrer la possibilité de rendre compte des résultats sur la diffusion aux basses énergies au moyen de six déphasages seulement, puisque les mésons π chargés ont une vie suffisamment longue pour que les expériences correspondantes puissent être réalisées.

Examinons maintenant la solution expérimentale réelle. Les sections efficaces différentielles pour les réactions de diffusion méson π-nucléon (27 *a*)-(27 *c*) ont été mesurées dans les régions de 35-40 MeV [19] de 65-70 MeV [20] et aux énergies plus élevées par le groupe de Chicago [21]. Toutes ces expériences peuvent être analysées de façon très satisfaisante en fonction des six déphasages α_1, α_{11}, α_{13}, α_3, α_{31}, α_{33} (à condition de tenir compte du champ coulombien qui existe entre les mésons π chargés et le proton). Cependant, leur précision est insuffisante pour fournir une véritable preuve en faveur de l'indépendance de charge. La situation est plus favorable en ce qui concerne le second type de preuve de l'indépendance de charge. Des mesures récentes [22] de la section efficace totale pour la réaction (27 *a*) et pour la somme des réactions (27 *b*) et (27 *c*) ont été effectuées en fonction de l'énergie. Elles ont montré que, dans la limite des erreurs expérimentales, les sections efficaces pour les mésons π^+ et les mésons π^- passent par un maximum égal à 200 et 66 mb respectivement. Ce maximum correspond à la même énergie ($\sim$ 200 MeV) et à ce point, le rapport des deux sections efficaces est de 3 à 1. C'est ce rapport qui serait prédit si la diffusion due à l'état $T = \frac{3}{2}$ était prépondérante comparativement à celle due à l'état $T = \frac{1}{2}$ dans le domaine d'énergie considéré [*cf.* éq. (31)]. En fait, l'explication la plus vraisemblable du comportement des deux sections efficaces est que le déphasage α_{33} passe par 90° (résonance) au voisinage de 200 MeV tandis que les sections efficaces π^+ et π^- correspondant à $\alpha_{33} = 90°$ sont $8\pi\lambda\!\!\!^{-2}$ et $\frac{8}{3}\pi\lambda\!\!\!^{-2}$ respectivement ($\lambda\!\!\!^{-}$ est la longueur d'onde de Broglie associée au méson π dans le système du centre de masse). Ces deux valeurs sont très voisines des sections efficaces réellement observées. Par conséquent, les mesures du Carnegie Institute of Technology témoignent en faveur de l'hypothèse de l'indépendance de charge pour la diffusion méson π-nucléon.

Une évidence expérimentale meilleure encore de la conservation du spin isotopique dans les réactions méson π-nucléon est offerte par les processus qui mettent en jeu la production de mésons π dans les collisions nucléon-nucléon. Considérons deux nucléons N_1 et N_2 qui entrent en collision pour produire un méson π et deux nucléons finaux N_3 et N_4 :

$$N_1 + N_2 \rightarrow N_3 + N_4 + \pi. \qquad (32)$$

Si N_1 et N_2 sont tous deux protons (ou tous deux neutrons), $T = 1$, tandis que si N_1 est un proton et N_2 un neutron (ou vice-versa), $T_i = 0$ ou 1. Si l'on désigne par $\mathfrak{T}$ le spin isotopique de la paire de nucléons N_3 et N_4, on a

$$\tilde{T}_f = \tilde{\mathfrak{T}} + \tilde{\theta},$$

où θ est le spin isotopique du méson π. L'indépendance de charge exige que

$$\tilde{T}_i = \tilde{\mathfrak{T}} + \tilde{\theta}, \qquad (33)$$

relation soumise aux restrictions usuelles imposées par la conservation de la charge. Il suit que si $\bar{T}_i = 1$, on a

$$\mathfrak{T} = 0 \quad \text{ou} \quad 1;$$

tandis que si $T_i = 0$, on a

$$\mathfrak{T} = 1.$$

Soit $\bar{f}(\bar{T}_f, \bar{\mathfrak{T}})$ l'amplitude de production des mésons correspondant aux valeurs spécifiées de $\bar{T}_f$ et $\mathfrak{T}$; en utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan à partir de l'équation (33) et des arguments similiaires à ceux qui ont été employés pour la diffusion méson π-nucléon, on obtient

$$\frac{d\sigma^+_{pp}}{d\Omega} = |\bar{f}(1, 0)|^2 + \frac{1}{2}|\bar{f}(1, 1)|^2, \qquad (34a)$$

$$\frac{d\sigma^0_{pp}}{d\Omega} = \frac{1}{2}|\bar{f}(1, 1)|^2, \qquad (34b)$$

$$\frac{d\sigma^+_{np}}{d\Omega} = \frac{1}{6}|f(0, 1)|^2 + \frac{1}{4}|f(1, 1)|^2, \qquad (34c)$$

$$\frac{d\sigma^0_{np}}{d\Omega} = \frac{1}{6}|f(0, 1)|^2 + \frac{1}{2}|f(1, 0)|^2. \qquad (34d)$$

Dans toutes ces équations, l'indice inférieur désigne les deux nucléons initiaux qui participent à la collision, et l'indice supérieur, la charge du méson π produit; toutes les autres réactions de production des mésons π peuvent être déduites des équations (34 *a*)-(34 *d*) par application de la symétrie de charge. Puisque dans les expressions ci-dessus, chaque amplitude apparaît au carré, il y a seulement trois quantités indépendantes et elles peuvent être éliminées pour donner [23]

$$\frac{1}{2}\frac{d\sigma^+_{pp}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^+_{np}}{d\Omega} = \frac{d\sigma^0_{pp}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^0_{np}}{d\Omega}. \qquad (35)$$

Cette expression est valable pour tous les angles et toutes les energies. L'équation (35) est d'ailleurs la conséquence fondamentale de l'hypothèse de l'indépendance de charge appliquée à la production nucléonique des simples mésons π et elle est susceptible de vérification expérimentale directe. Elle se trouve très simplifiée si l'on impose aux deux nucléons finaux la condition additionnelle d'être émis à l'état de deutéron. Puisque le deutéron possède le spin isotopique 0 (c'est-à-dire $\bar{\mathfrak{T}} = 0$) et $\theta = 1$, le seul état $T_f = 1$ est possible. Ceci implique que

$$\frac{d\sigma^+_{pp}(d)}{d\Omega} = 2\frac{d\sigma^0_{np}(d)}{d\Omega}$$

pour tous les angles et toutes les énergies. Les considérations ci-dessus peuvent être facilement étendues aux processus qui mettent en jeu un nombre arbitraire de mésons π dans les collisions nucléon-noyau. Par exemple si N_1 représente un proton et N_2 un noyau self-conjugué, l'indépendance de charge entraîne

la relation générale suivante [24] :

$$N_+ + N_- = 2N_0, \qquad (37)$$

où N_+, N_- et N_0 représentent les nombres moyens de mésons π^+, π^- et π^0 produits dans un grand nombre de collisions.

Les équations (36) et (37) ont reçu toutes deux une bonne confirmation expérimentale. On connaît depuis quelque temps la section efficace différentielle pour la réaction $p + p \rightarrow \pi^+ + d$ à 340 MeV [25]; on peut l'écrire de la façon suivante :

$$\frac{d\sigma^+_{pp}(d)}{d\Omega} = 0{,}03(0{,}2 + \cos^2\theta)\ \text{mb/ster}, \qquad (38)$$

où θ est l'angle dans le système du centre de masse. Plus récemment, la section efficace pour la même réaction a été mesurée à 437 MeV [26]; on a trouvé 0,18 $(0{,}2 + \cos^2\theta)$ mb/ster. Ces mesures sont en bon accord avec les sections efficaces différentielles trouvées pour la réaction inverse $\pi^+ + d \rightarrow p + p$ dans le domaine d'énergie 25-53 MeV [27]. D'après l'équation (36) la section efficace différentielle pour la réaction $n + p \rightarrow \pi_0 + d$ devrait être 0,01 $(0{,}2 + \cos^2\theta)$ mb/ster à 340 MeV et 0,09 $(0{,}2 + \cos^2\theta)$, mb/ster à 437 MeV. Or, des mesures expérimentales [28] de la section efficace de production élastique des mésons π^0 dans les collisions n-p (correspondant à une énergie moyenne du neutron de 400 MeV) conduisent, dans la limite des erreurs expérimentales à une distribution angulaire de la forme $(0{,}2 + \cos^2\theta)$. Plus récemment, des mesures absolues de la section efficace ont été pratiquées [29] et des chiffres préliminaires indiquent que l'équation (36) est en effet satisfaite. Ces expériences présentent donc une très bonne évidence de la conservation du spin isotopique dans les réactions méson π-nucléon; autrement, il serait en effet difficile de comprendre pourquoi la série d'états correspondant à $T_i = 0$ (^3S, ^1P, ^1D, ...) qui peut être occupée par le système n-p, mais non par le système p-p ne contribue pas à la section efficace n-p, conduisant ainsi à une violation de l'équation (36).

L'équation (37) a reçu elle aussi une vérification expérimentale, bien que l'interprétation des expériences ne soit pas aussi immédiate que la précédente. Pour des énergies extrêmement élevées, on peut observer la production de beaucoup de mésons π par les nucléons. En particulier, si l'on expose un bloc d'émulsions [30] au faisceau cosmique de protons de grande énergie près du sommet de l'atmosphère terrestre, on peut mesurer le nombre de mésons π produits (sans faire de distinction entre les mésons π^+ et π^-) dans les collisions des protons avec les noyaux de l'émulsion. En même temps, on peut connaître le nombre de mésons neutres en étudiant les paires d'électrons produites par les rayons γ provenant de la désintégration des mésons π^0. Les meilleurs travaux réalisés jusqu'à maintenant [30] conduisent (pour une énergie protonique supérieure à 10^{12} eV) à la valeur

$$\frac{N_0}{N_+ + N_-} = 0{,}46 \pm 0{,}09,$$

à comparer à la valeur 0,5 prédite par l'équation (37). En supposant qu'on puisse négliger la contribution des mésons lourds, ce résultat peut être considéré comme une justification supplémentaire de la validité de l'indépendance de charge pour les réactions méson π-nucléon.

On peut mentionner d'autres expériences concernant des mésons π et des nucléons qui tendent à prouver l'indépendance de charge, par exemple la comparaison des sections efficaces pour les deux réactions photomésiques :

$$\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p, \qquad (39)$$

$$\gamma + d \rightarrow \pi^0 + d. \qquad (40)$$

Des expériences récentes à l'Université Cornell [31] conduisent à un rapport relativement grand entre les sections efficaces pour les protons et les deutérons; on peut comprendre ce résultat si les champs mésiques neutres du neutron et du proton sont opposées [32] (c'est-à-dire si $g^0_n = -g^0_p$). Si d'autre part, l'on se rappelle la relation entre les équations (23) et (24), on comprend comment des expériences photomésiques se rattachent à la présente discussion.

Il semble donc que nous ayions examiné un nombre suffisant d'exemples pour illustrer la validité de l'hypothèse d'indépendance de charge. Nous avons également précisé la situation expérimentale actuelle concernant l'hypothèse de l'indépendance de charge pour les systèmes méson π-nucléon. Pour des applications supplémentaires, aux nouvelles particules instables par exemple, le lecteur est renvoyé à quelques publications récentes [33].

L'auteur est reconnaissant au Centre d'Etudes nucléaires de Saclay et au Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure pour leur hospitalité dont il a bénéficé pendant la rédaction de cet article. Il remercie Mme Françoise Lévy de sa traduction en français.

Manuscrit reçu le 14 septembre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Cassen B. et Condon E. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 846.

[2] Eisenbud L. et Wigner E. — *Proc. Nat. Acad. Sc.*, (U. S. A.), 1941, **27**, 281.

[2 *a*] Feldman D. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 1159.

[3] Dans notre discussion concernant l'interaction de deux nucléons nous nous limiterons aux systèmes n-p et p-p puisque l'interaction n-n ne peut pas être mesurée directement. Une bonne évidence expérimentale de l'égalité des forces n-n et n-p (autrement dit de la symétrie de charge dans l'interaction de deux nucléons) est présentée, après correction pour le champ coulombien entre deux protons, par la structure des niveaux d'énergie identiques des noyaux miroirs, la similitude des sections efficaces de diffusion n-d et p-d, ... Nous effleurerons l'interaction n-n quand nous discuterons la structure des niveaux des noyaux complexes où $T = 1$ (*voir* ci-dessous).

[4] *Voir* la bibliographie dans D. H. Wilkinson, *Nature*, 1954, **172**, 576.

[5] *Voir* la bibliographie dans R. S. CHRISTIAN, *Reports on progress in Physics*, 1953, vol. XVI.
[6] OXLEY, CARTWRIGHT et ROUVINA. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 806.
[7] *Proc. Fourth Annual Rochester Conference on High Energy Physics*, 1954.
[8] SNOWDEN (cf. *Proc. Birmingham Conference on Nuclear Physics*, 1953) trouve une asymétrie appréciable dans la section efficace différentielle n-p au voisinage de 135 MeV.
[9] ADAIR K. — *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 1041.
[10] Ce tableau est tiré de la référence [4] en prenant $R = 1{,}45 \cdot 10^{-13}$ cm (où R est le rayon du noyau); la valeur de R a changé récemment (*cf.* V. FITCH et et J. RAINWATER, *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 789, mais les conclusions ne doivent pas être sensiblement altérées).
[11] De façon rigoureuse, seuls des arguments de parité de charge sont exigés pour expliquer ces résultats puisque les noyaux considérés sont tous self-conjugués (*cf.* N. KROLL et L. FOLDY, *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1177.
[12] CONDON E. et SHORTLEY G. — Theory of atomic spectra, Cambridge University press, 1935.
[13] Le moment angulaire isotopique du méson π est appelé spin isotopique par analogie avec le spin ordinaire d'un noyau, bien qu'il ait la structure d'un moment angulaire orbital.
[14] Φ est ici une fonction d'onde à une composante puisque le méson π a un spin zéro; *cf.* G. WENTZEL, Quantum theory of fields, Interscience Publishers, 1949.
[15] KEMMER N. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1938, **34**, 354.
[16] *Cf.* R. E. MARSHAK, Meson Physics, Mc Graw-Hill Book C°, 1952, chap. IV.
[17] Cf. *Proc. Third Annual Rochester Conference on High Energy Physics*, Interscience Press, 1953.
[18] HEITLER W. — *Proc. Royal Irish Acad.*, 1946, **51**, 33.
[19] PERRY J. et ANGELL C. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1289; *voir* aussi ROBERTS A. et TINLOT J. — *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 766.
[20] BODANSKY, SACHS et STEINBERGER. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1367.
[21] *Cf.* ANDERSON, FERMI, MARTIN et NAGLE. — *Phys. Rev.* 1953, **91**, 155.
[22] ASKHIN et al. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1129.
[23] *Cf.* MESSIAH A. M. L. — *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 430.
[24] WATSON K. M. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 852; *voir* aussi VAN HOVE, MARSKAH et PAIS. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1211.
[25] WHITEHEAD M. et RICHMAN C. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 855.
[26] SUTTON et al. — *Proc. Fourth Annual Rochester Conference on High Energy Physics*, 1954.
[27] DURBIN, LOAR et STEINBERGER. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 581.
[28] HILDEBRAND R. H. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 1090.
[29] SCHULTER R. A. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1954, **29**, 51.
[30] KAPLON, WALKER et KOSHIBA. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1424.
[31] DE WIRE, WOLFE et SILVERMAN. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 520.
[32] *Cf.* FRANCIS N. et MARSHAK R. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 496.
[33] *Cf.* DALITZ R. H. — *Proc. Rochester Conference*, 1954 et GATTO R. — *Nuovo Cimento*, 1954, **11**, 445.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, AVRIL 1955, PAGE 334.

LA RECOMBINAISON ENTRE ÉLECTRONS ET IONS POSITIFS

Par MICHEL BAYET et DANIEL QUEMADA,
Laboratoire de Physique de l'E. N. S.

Sommaire. — Dans cet exposé, on discute les processus de désionisation d'un gaz excité par la « décharge électrique », en se bornant au cas où les porteurs de charges négatives sont des électrons.

1. **Introduction.** — Le problème de la recombinaison des particules de charges électriques opposées se pose inéluctablement lors de l'étude des milieux ionisés, qu'il s'agisse de l'ionosphère, des gaz illuminés par la « décharge électrique », des électrolytes, ou même de certains solides (semi-conducteurs). Ces milieux résultent de l'ionisation d'un matériau initialement neutre, dont certains atomes, sous l'action d'un agent extérieur (température, lumière, champ électrique, etc.), sont scindés en donnant un ion positif et un électron, lequel peut d'ailleurs rester libre ou se fixer à un ou plusieurs atomes neutres en donnant un ion négatif. Mais, même si la densité des charges positives $\overset{+}{n}$ et celle des charges négatives $\overset{-}{n}$ y restent constantes, ils ne sont jamais en équilibre statique; il y a constamment formation de nouveaux ions et, par suite, si l'on veut assurer un état stationnaire d'ionisation en équilibre dynamique, il doit exister des processus de désionisation. En outre, dès que le phénomène qui assure l'existence du milieu après l'avoir créé cesse, celui-ci se désionise, mais les processus de désionisation peuvent dépendre fortement de l'intensité de cet agent extérieur.

Nous considérons plus particulièrement ici le cas des milieux gazeux homogènes ou « plasmas », où la charge électrique globale de chaque élément de volume est nullle : $\overset{+}{n} = \overset{-}{n} = n$ (le nombre d'ions par centimètre cube étant en général bien plus faible que

celui des molécules du gaz : $n \leqslant N$). Si les processus d'ionisation sont nombreux et relativement bien connus, le principal ici étant le choc électronique, il n'en est pas de même pour la désionisation. Le plus simple est évidemment de supposer que l'électron se recombine, sinon à l'ion positif dont il a été séparé (recombinaison « préférentielle »), tout au moins à l'un de ceux qui se trouvent dans le volume occupé par le gaz (recombinaison « en volume »). Un tel phénomène paraît devoir être favorisé par les forces électrostatiques, mais il est en fait réduit à une faible probabilité par les lois de la mécanique (conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement).

En effet l'électron, par suite de sa masse bien plus faible, acquiert facilement, sous l'action du champ électrique, une énergie W bien plus considérable (souvent 10^6 fois plus grande) que celle des autres particules beaucoup plus lourdes, qui est essentiellement d'origine thermique (0,04 eV à 300 °K). Dans la recombinaison $A^+ + e \rightarrow A$, il se forme un atome neutre A (lequel peut d'ailleurs se trouver dans un état excité dont l'énergie est supérieure de W_e à celle de l'état fondamental, mais, sauf cas exceptionnels, inférieure à l'énergie d'ionisation W_i), qui ne peut « absorber » sous forme d'énergie cinétique qu'une faible partie de l'énergie disponible $W + W_i - W_e$; l'énergie supplémentaire a tout d'abord été supposée transformée en rayonnement, — la « recombinaison radiative » étant ainsi le processus inverse de la photoionisation; mais les très faibles valeurs théoriques ainsi obtenues pour le coefficient de recombinaison, — confirmées expérimentalement par le fait que dans de nombreux cas l'on n'observe pas le rayonnement continu caratéristique de ce processus, ont conduit à rechercher d'autres mécanismes susceptibles d'expliquer la recombinaison des électrons.

Mais il faut noter que la désionisation s'effectue souvent de façon beaucoup plus rapide, soit par l'intermédiaire des ions négatifs (si le gaz renferme des molécules susceptibles d'en former), soit par la diffusion ambipolaire des charges des deux signes sur les parois où elles se recombinent en abandonnant sous forme de chaleur leur surplus d'énergie, soit enfin par recombinaison sur les électrodes, quand il y en a. Toutefois la recombinaison des ions de signes opposés et de masses, sinon identiques, du moins du même ordre de grandeur, est un phénomène bien étudié et relativement bien connu, depuis Langevin et J. J. Thomson (Loeb [1] n'y consacre pas moins de 63 pages, contre 10 seulement au cas des électrons), et la diffusion ambipolaire est régie par les lois classiques de la théorie cinétique des gaz, de sorte que nous bornerons cet exposé au cas de la recombinaison en volume des électrons avec les ions positifs. Il faut noter cependant que la superposition de deux ou plusieurs de ces processus de désionisation, dont l'importance relative dépend de la pression du gaz, de la densité électronique, du champ électrique, etc., conduit généralement à des résultats complexes dont l'interprétation est souvent délicate.

2. **Recombinaison radiative.** — Dans ce cas, le recombinaison d'un électron et d'un ion positif donnant un atome excité d'énergie $W_e \leqq W_i$ s'accompagne de l'émission d'un rayonnement de fréquence $\nu = \frac{1}{h}(W + W_i - W_e)$ supérieure ou égale à la limite $\nu_e = \frac{1}{h}(W_i - W_e)$ des séries spectrales de l'atome associées au niveau W_e; on observera donc au spectroscope, les énergies W n'étant pas quantifiées, un « fond continu » prolongeant vers les courtes longueurs d'onde les limites de ces séries spectrales, la répartition de l'intensité en fonction de la longueur d'onde y dépendant de la fonction de distribution des vitesses électroniques.

En outre, si la recombinaison a lieu sur un niveau très excité ([1]), ce qui conduit à des limites spectrales situées dans l'infrarouge, et par suite à des spectres continus difficilement observables, l'on constatera une exaltation de l'intensité des raies issues de ce niveau, lors du retour ultérieur de l'atome à l'état fondamental, raies qui normalement sont rarement excitées dans la décharge; de telles observations ont été faites, dans certaines conditions, sur la vapeur de mercure par Lord Rayleigh [2], et sur les gaz rares par L. et R. Herman [3], [4]. Quant aux fonds continus, on ne les observe aussi que rarement, dans des décharges concentrées dans l'hydrogène [5], les vapeurs alcalines [6], de mercure et de zinc [7] et les gaz rares de poids moléculaire élevé [8], [9].

La recombinaison ainsi définie étant un phénomène biparticulaire, les concentrations des deux espèces étant égales à n, elle obéira à l'équation

$$\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\right)_e = \alpha_e n^2,$$

α_e étant par définition le coefficient de recombinaison sur le niveau W_e. Le coefficient de recombinaison radiative totale sera alors $\alpha = \Sigma\alpha_e$; il ne dépend que des propriétés des électrons et des ions positifs, non de leur densité n, ni des propriétés du milieu où se fait la recombinaison (en particulier, de la pression du gaz). Par contre, il dépend de la vitesse des électrons, comme on pouvait s'y attendre, mais d'une manière assez complexe. A défaut de résultats expérimentaux inconstestables, les indications les plus sûres paraissent fournies par le calcul quantique des « sections de choc de recombinaison » Q_e, liées à α_e par la relation $Q_e = \alpha_e v$, où v est la vitesse de l'électron avant sa capture. Ces sections de choc dépendent de ν_e et de ν (donc de v); d'après Oppenheimer [10] et Stückelberg et Morse [11], on pourrait écrire

$$Q_e(\nu, \nu_e) = \frac{K}{(\nu - \nu_e)\nu^s} = \frac{2hK}{mv^2\nu^s},$$

K ne dépendant que de la structure de l'atome, et s étant un exposant mal défini (1, d'après Oppenheimer; 2, d'après les déterminations expérimentales de Mohler et Boeckner [15]); il en résulte que le coefficient de recombinaison serait proportionnel à v^{-1}, et c'est bien ce qui semble se passer pour la recombinaison sur les états les plus profonds ([2]). Toutefois

([1]) Si elle a lieu sur l'état fondamental, le spectre continu associé sera situé dans l'ultraviolet plus ou moins lointain, donc invisible en général.

([2]) C'est d'ailleurs ce que montre un calcul simple, dans le cas où il y a équilibre thermodynamique entre la photonisation et la recombinaison radiative [21], [21 *bis*].

les calculs plus complets de Bates, Buckingham, Massey et Unwin [12] utilisant une formule d'Oppenheimer [13] donnant la section de capture Q_n pour un état de nombre quantique principal n, sommée pour toutes les valeurs possibles du nombre quantique azimutal l correspondant aux différents sous-niveaux, montrent que, pour l'atome d'hydrogène,

$$Qv^2 = v^2 \sum_n Q_n$$

décroît lorsque l'énergie des électrons croît, par suite de la contribution de la recombinaison sur les états les plus excités, et ceci, quoique la contribution individuelle de chacun de ces états tende vers zéro quand n croît. On a d'après ces auteurs : $Q = 2{,}3 . 10^{-20}$ cm² pour des électrons de 0,28 eV; $27{,}2 . 10^{-20}$ pour une énergie de 0,034 eV, correspondant à l'agitation thermique à 300° K. Ces résultats ne s'appliquent qu'aux électrons de vitesse relativement faible tels que ceux que l'on rencontre dans l'ionosphère ou dans les décharges (quelques dizaines d'électrons-volts au maximum); pour des électrons de grande énergie, Q serait proportionnel à v^{-4} ou v^{-5} [10].

Ces calculs, déjà pénibles dans le cas d'atomes hydrogénoïdes, deviennent impraticables dans le cas d'atomes de structure plus complexe. Ils fournissent en outre des valeurs numériques du coefficient de recombinaison α qui sont de l'ordre de 10^{-12} pour une température électronique de 300 °K, c'est-à-dire 100 fois plus faibles que les valeurs trouvées expérimentalement par Kenty [14] dans l'argon ($2 . 10^{-10}$) et par Mohler dans les vapeurs de césium [16] ($3{,}4 . 10^{-10}$) et de mercure [17] ($2{,}3 . 10^{-10}$). Ces auteurs utilisaient des décharges en courant continu, interrompues périodiquement, mesuraient la variation de la densité électronique durant les périodes de désionisation ainsi que la répartition spectrale dans les spectres continus contigus aux limites des séries, et opéraient dans des conditions telles que l'on pouvait pourtant s'attendre à ce que seule intervienne la recombinaison radiative.

Cette différence considérable d'ordre de grandeur peut probablement s'expliquer dans certains cas par le fait que, dans la décharge électrique, les niveaux les plus excités des atomes sont fortement perturbés, et que la recombinaison des électrons peut s'y trouver facilitée. Mais Mohler lui-même, suivant en cela Webb et Sinclair [18] signale, pour expliquer une certaine variation de α avec la pression, l'intervention possible d'un processus plus complexe, à savoir la formation d'ions moléculaires, déjà invoquée d'ailleurs lors de l'étude du processus inverse de photoionisation de la vapeur de césium [19]. Nous verrons plus loin que ces processus jouent certainement un rôle considérable dans la recombinaison des gaz rares.

Toutefois, à la suite précisément de la mesure dans ces gaz de coefficients de recombinaison encore plus élevés (10^{-8} à 10^{-7} pour une température électronique de 300 °K, contre 10^{-10} ci-dessus), Biondi et Brown [20], adaptant des calculs de Kramers [21] et Eddington [22], calculent un coefficient de recombinaison sur les niveaux les plus élevés (la condition de capture étant que l'électron doit rayonner dans le champ de l'ion la totalité de son énergie cinétique) qui est, cette fois-ci, dix fois supérieur aux résultats expérimentaux, ce que ces auteurs attribuent à une condition de capture trop lâche....

3. **Recombinaison diélectronique.** — Dans ce phénomène, l'énergie excédentaire est utilisée pour exciter un deuxième électron de l'atome recombiné : $A^+ + e \rightarrow A''$; A'', atome doublement excité, est instable, et l'on observera un retour aux conditions initiales avec éjection de l'électron capté, à moins qu'auparavant l'atome ne revienne, par émission de rayonnement, à un état simplement excité, puis à l'état fondamental. Massey et Bates [23] ont calculé théoriquement la contribution de ce processus, — suggéré pour la première fois par Sayers [24] —, à la recombinaison dans l'oxygène; ils ont trouvé que la valeur du coefficient α correspondant n'excédait pas 10^{-12}, ce qui est négligeable dans la majorité des cas. Le phénomène est probablement plus important dans le cas des atomes plus lourds, césium ou mercure par exemple, sans qu'il puisse toutefois jouer un rôle important dans leur recombinaison.

4. **Recombinaison dissociative.** — Dans le cas où l'ion positif est polyatomique, l'énergie libérée par la recombinaison peut servir à dissocier la molécule formée, d'où le nom donné à ce processus.

Un cas particulièrement simple est celui d'un gaz à molécules polyatomiques sous une pression suffisante, O_2 par exemple; on a alors $O_2^+ + e \rightarrow O' + O'$ chacun des deux atomes obtenus pouvant être dans un état plus ou moins excité. Le coefficient de recombinaison correspondant est de $5 . 10^{-12}$ ions/cm³.s, d'après Bates et ses collaborateurs [12]; il est négligeable, dans ce cas particulier, devant le coefficient de recombinaison entre ions positif et négatif, processus prédominant dans l'oxygène. Un processus identique, impliquant la formation d'ions Cs^2, a été invoqué par Mohler pour expliquer la recombinaison dans la vapeur de césium.

Mais ce type de recombinaison a été étendu récemment, ce qui peut paraître assez surprenant, au cas des gaz rares : à la suite du perfectionnement des techniques « U. H. F. » consécutif au développement du radar, l'on a pu, d'une part, se passer d'électrodes immergées dans le gaz étudié, — ce qui constituait une source de difficultés et d'erreurs considérables —, d'autre part lier la variation de la densité électronique à celle de la fréquence de résonance d'une cavité, quantité mesurable avec une grande précision. D'où l'étude, en Amérique, de la désionisation des gaz excités par la décharge U. H. F., dans l'hélium tout d'abord, [25] à [27], puis dans les autres gaz rares, [28] à [31], ainsi que dans l'hydrogène, [32] et [33], et les vapeurs de césium et de mercure, [34] à [36], et en particulier la détermination du coefficient de recombinaison; or toutes les valeurs de α ainsi obtenues (10^{-8} à 10^{-6}) sont de beaucoup supérieures aux valeurs précédemment admises.

1° Dans le cas de l'hélium, on trouve, pour des électrons de « température » voisine de 300 °K, $\alpha = 1{,}7 . 10^{-8}$ selon Biondi et Brown [25]; $\alpha = 1{,}0 . 10^{-8}$

selon Johnson, McClure et Holt [27]; la pression du gaz p, assez élevée pour que la diffusion ambipolaire ne perturbe pas trop les mesures, était comprise entre 20 et 30 mm Hg dans le premier cas, entre 10 et 27 mm dans le deuxième; dans le domaine de pression ainsi étudié, α semblait être indépendant de p.

Examinant ces résultats, Bates [37], après avoir écarté toutes les hypothèses faisant intervenir des ions monoatomiques : recombinaison radiative, dont la contribution théorique n'est que de 4.10^{-12} [38], [38 *bis*], [39], ou diélectronique, faute de niveaux excités convenablement situés [39], [40], ou processus plus complexes mais encore moins probables mettant en jeu un ion négatif ou un choc triple, estime que la seule façon de rendre compte des résultats expérimentaux est d'admettre la formation temporaire d'ions He_2^+. A l'appui de cette hypothèse on peut signaler que, si le mode de formation de cet ion n'est pas encore complètement élucidé [41], tout au moins son existence est certaine [42], de même que celle de la molécule He_2 [43]. Bates montre [44] que cette hypothèse n'est pas contradictoire avec les observations de Johnson, McClure et Holt [24] sur l'émission lumineuse de « l'afterglow » des décharges dans l'hélium, et estime, au moyen d'un calcul très approximatif [42], que la valeur du coefficient de recombinaison correspondant peut être de l'ordre de 10^{-7} pour une température électronique de 250 °K, donc assez grande pour rendre compte des valeurs expérimentales. Les conclusions de Bates ont été reprises par Biondi et Holstein [46], qui ont précisé le mécanisme de cette « recombinaison dissociative ».

La désionisation devient dans ces conditions un phénomène complexe, la variation de la densité électronique n obéissant à des équations différentielles dont la résolution, assez ardue en général, a été effectuée par Kunkel [47] dans certains cas particuliers. L'étude expérimentale, impliquant en particulier la détermination des conditions de formation de l'ion He_2^+, était de son côté reprise par Phelps [48], Boyd [49] et Parkinson [50]. Le rapport des concentrations en ions $\frac{He_2^+}{He^+}$ croissant avec la pression, il en résulte que la formation d'ions moléculaires devient négligeable aux faibles valeurs de p (1 mm Hg et au-dessous), et que l'on peut alors observer la recombinaison d'ions monoatomiques, si l'on se place dans des conditions telles que la diffusion ambipolaire ne soit pas le processus fondamental de désionisation [52].

2° Dans le cas des autres gaz rares, les résultats sont comparables, le coefficient de recombinaison croissant avec le volume de l'ion positif, comme on pouvait s'y attendre. Les nombres suivants correspondent à une température de 300° K et sont indépendants de la pression dans le domaine étudié; on trouve : pour le néon, $\alpha = 1,1.10^{-7}$ d'après Holt et ses collaborateurs [29] ($10 < p < 30$ mm) ou $2,1.10^{-7}$ d'après Biondi et Brown [25] ($15<p<30$ mm); pour l'argon, $\alpha = 0,3.10^{-6}$ d'après Biondi et Brown [25] et 0,65 ou $1,1.10^{-6}$ (selon l'intensité de l'excitation?) d'après Redfield et Holt [30] ($10 < p < 30$ mm); pour le krypton, $\alpha = 0,6.10^{-6}$ d'après Richardson [31] ($6 < p < 25$ mm); enfin, pour le xénon, $\alpha = 2.10^{-6}$ d'après le même auteur [31], mais ce résultat semble plus contestable.

Ces valeurs élevées de α doivent probablement être imputées, comme dans le cas de l'hélium, à l'intervention d'ions moléculaires du type M_2^+, lesquels ont d'ailleurs été mis en évidence au moyen du spectrographe de masse [54]; mais, à la différence de ce qui a lieu pour He, les molécules neutres correspondantes n'ont pas été identifiées, leur spectre de bandes est inconnu.

Il est enfin possible, si leur densité est assez faible, d'observer la recombinaison des ions monoatomiques; signalons à ce sujet la méthode intéressante de Biondi pour l'argon, qui peut d'ailleurs se généraliser, et qui consiste à diluer ce gaz (1 pour 100) dans un autre gaz rare, Ne ou He, dont les atomes métastables servent à ioniser l'argon; on peut ainsi se placer dans des conditions telles que tous les porteurs de charge soient des ions A^+; on peut ainsi les étudier [55] et constater en particulier que leur coefficient de recombinaison est bien plus faible que celui qui correspond aux ions A_2^+ [53]. Ceci explique qu'aux faibles pressions, les valeurs de α que l'on a pu déterminer directement sur les gaz purs, en tenant compte de la diffusion ambipolaire, sont bien plus faibles qu'à pression plus élevée (de l'ordre de 10^{-8} pour l'argon [30] et le krypton [31], et croissent avec p jusqu'aux valeurs limites indiquées précédemment.

3° Pour l'hydrogène, dont l'ion normal est H_2^+, mais dont la dissociation est déjà importante aux pressions de l'ordre du millimètre de mercure, Richardson et Holt [32] ont trouvé que pour $1 < p < 3$ mmHg, α croissait avec p à partir d'une valeur égale à 2.10^{-6}, puis restait constant ($\alpha = 6,2.10^{-6}$) jusqu'à $p = 20$ mm environ, tandis que Biondi et Brown [20] donnent $\alpha = 2,5.10^{-6}$, et Varnerin [33], pour $p < 25$ mm : $\alpha = 0,34.10^{-6} + 0,26\,p^2.10^{-8}$; il y a donc là une discordance assez considérable. Ce dernier résultat s'expliquerait d'ailleurs bien, selon Loeb et Kunkel [56] en faisant intervenir la formation d'ions négatifs H_2^-. Signalons enfin que, pour ce même gaz, Craggs et Hopwood [59], opérant dans des conditions et avec des méthodes de mesure entièrement différentes, ont trouvé récemment que α variait de 2.10^{-12} à $1,4.10^{-11}$ lorsque la température électronique passe de 12 000 K à 300 °K (pression et température du gaz : 1 atm, 12 000°; concentration ionique initiale : $2,5.10^{17}$ par centimètre cube). Cette valeur est à rapprocher des estimations de Rayleigh [57] et de Zanstra [58] qui donnent $\alpha = 1,2.10^{-12}$ pour $T_e = 1000°$.

En ce qui concerne les autres gaz, les résultats sont rares et peu précis, les phénomènes « d'attachement » (formation d'ions négatifs) interviennent presque toujours, dans l'oxygène en particulier. Signalons les résultats de Dandurand et Holt sur la vapeur de césium [34] ($\alpha = 10^{-6}$ pour $p =$ quelques millimètres Hg et $T = 280$ °C) et de mercure [35] ($\alpha = 5.10^{-9}$ pour $p =$ quelques dixièmes de millimètre, $T_e = 2000$ °K) attribués à la recombinaison dissociative. Mais, aux pressions supérieures, aucune indication sûre ne peut être donnée sur le processus de désionisation.

L'on peut donc dire, en conclusion de tout ce qui précède, que la recombinaison radiative dans les gaz excités est un phénomène exceptionnel, et qu'il s'y superpose presque toujours un processus plus complexe, mais beaucoup plus rapide, faisant intervenir au moins deux atomes.

Manuscrit reçu le 6 septembre 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Loeb L. B. — Fundamental processes of electrical discharge in gases, chap. II (Wiley, 1939).
[2] Lord Rayleigh. — *Proc. Roy. Soc.*, A, 1925, **108**, 262.
[3] Herman L. et R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **221**, 23; 1948, **226**, 654.
[4] Herman L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 622; 1947, **225**, 112.
[5] Chalonge D. — *Ann. Physique* (11), 1934, **1**, 123.
[6] Mohler F. L. — *Phys. Rev.*, 1928, **31**, 187.
[7] Volkringer H. — *Ann. Physique* (10), 1930, **14**, 15.
[8] Vogel B. — *Ann. Physik* (5), 1942, **41**, 196.
[9] Laporte M. — Lampes à éclairs lumière blanche (Gauthier-Villars, 1949).
[10] Oppenheimer R. — *Z. Physik*, 1927, **41**, 268; *Phys. Rev.*, 1928, **31**, 349.
[11] Stuckelberg E. C. G. et Morse P. M. — *Phys. Rev.*, 1930, **36**, 16; et aussi, *ibid.*, 1930, **35**, 116.
[12] Bates, Buckingham, Massey et Unwin. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1939, **176**, 322.
[13] Oppenheimer R. — *Z. Physik*, 1929, **55**, 725.
[14] Kenty C. — *Phys. Rev.*, 1928, **32**, 624.
[15] Mohler F. L. et Boekner C. — *Bur. Stand. J. Research*, 1929, **2**, 489.
[16] Mohler F. L. — *Bur. Stand. J. Research*, 1937, **19**, 447.
[17] Mohler F. L. — *Bur. Stand. J. Research*, 1937, **19**, 559.
[18] Webb H. et Sinclair D. — *Phys. Rev.*, 1931, **37**, 182.
[19] Mohler F. L. et Boekner C. — *Bur. Stand. J. Research*, 1930, **5**, 13, 51, 349 et 831.
[20] Biondi M. A. et Brown S. C. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1697.
[21] Kramers H. A. — *Phil. Mag.*, 1923, **46**, 836.
[21 *bis*] Milne E. A. — *Phil. Mag.*, 1924, **47**, 209.
Mohler F. L. — *Rev. Mod. Phys.*, 1929, **1**, 216.
[22] Eddington A. S. — The internal constitution of the stars, p. 224 (Cambridge, 1926).
23] Massey H. S. W. et Bates D. R. — *Reports on Progress in Physics*, 1942, **9**, 62.
[24] Sayers J. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1938, **169**, 83.
[25] Biondi M. A. et Brown S. C. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1700.
[26] Biondi M. A. — *Rev. Sc. Instr.*, 1951, **22**, 500.
[27] Johnson, McClure et Holt. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 376.
[28] Biondi M. A. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 433.
[29] Holt, Richardson, Howland et McClure. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 239.
[30] Redfield A. et Holt R. B. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 874.
[31] Richardson J. M. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 318; 1952, **88**, 895.
[32] Richardson J. M. et Holt R. B. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 153.
[33] Varnerin L. J. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 563.
[34] Dandurand P. et Holt R. B. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 278.
[35] Dandurand P. et Holt R. B. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 868.
[36] Biondi M. A. — *Phys. Rev.*, 1953, **90**, 730.
[37] Bates D. R. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 718.
[38] Golberg L. — *Astrophys.*, 1939, **90**, 414.
[38 *bis*] Huang S. S. — *Astrophys. J.*, 1948, **108**, 354.
[39] Massey H. S. W. et Bates D. R. — *Phil. Trans.*, A, 1948, **239**, 269.
[40] Massey H. S. W. et Bates D. R. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1946, **187**, 261.
[41] Bayet M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 612.
[42] Arnot F. L. et McEwen M. B. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1939, **171**, 106.
[43] Mac Callum S. P. et Wiss M. S. — *Nature*, 1938, **142**, 252.
[44] Bates D. R. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 103.
[45] Bates D. R. — *Phys. Rev.*, 1950, **78**, 492.
[46] Biondi M. A. et Holstein T. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 962.
[47] Kunkel W. B. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 218.
[48] Phelps A. V. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 1072 et Conference on gaseous electronics, New York, 1950.
[49] Boyd R. L. F. — *Proc. Phys. Soc.* A, 1951, **63**, 543.
[50] Parkinson W. D. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1951, **41**, 619.
[51] Healey et Reed. — The behaviour of electrons in gases (Amalgamated Wireless, Sidney, 1941).
[52] Biondi M. A. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1951, **26**, 10.
[53] Biondi M. A. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 1078.
[54] Molnar J. M. et Hornbeck J. A. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 567.
[55] Biondi M. A. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 653.
[56] Loeb L. B. et Kunkel W. B. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 493.
[57] Lord Rayleigh. — *Proc. Roy. Soc.*, A, 1944, **183**, 26.
[58] Zanstra H. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1946, **186**, 236.
[59] Craggs J. D. et Hopwood W. — *Proc. Phys. Soc.*, 1947, **59**, 771.

LETTRES A LA RÉDACTION

MONTAGE DU CRISTAL DE NaI(Tl) DANS UN BOITIER ÉTANCHE

Par B. MOUGIN,
Commissariat à l'Énergie atomique,
Centre d'Études nucléaires de Saclay.

Les cristaux que nous avons montés provenaient des Établissements Quartz et Silice et se présentaient sous la forme de cylindres de diamètre et de longueur variant entre 20 et 40 mm.

La première opération consiste à donner au cristal une forme géométrique simple et à polir ses faces. Pour cela, il est indispensable que le cristal soit disposé dans une boîte à gants. Cette boîte de dimensions moyennes doit être balayée par un courant d'azote préalablement desséché dans un circuit contenant du P_2O_5. D'autres récipients remplis de P_2O_5 doivent être disposés à l'intérieur de la boîte.

Le cristal est débarrassé de l'huile de protection en le trempant dans un bain d'acétone contenant 50 pour 100 de chloroforme. Une fois essuyé, une de ses faces est polie à l'aide de papier émeri (Ondex 320-A). Elle est alors collée à l'araldite D à froid [1] sur un manchon d'aluminium de diamètre légèrement inférieur au plus petit diamètre du cristal.

Après 15 h de séchage dans la boîte à gants, on sort le cristal préalablement recouvert d'huile silicone et collé au manchon. Ce dernier est fixé sur un tour pour amener le cristal au diamètre voulu. La vitesse du tour doit être maintenue constante, et pendant tout le temps de l'opération, il est nécessaire de faire couler de l'huile sur le cristal et sur l'outil de coupe. Pour détacher le cristal du manchon, il suffit de faire quelques passes à l'outil à saigner. Le cristal est aussitôt remis dans la boîte à gants.

Ses deux faces ayant été polies au papier émeri très fin (Ondex 400-A), le cristal est trempé plusieurs fois de suite dans le bain d'acétone contenant 50 pour 100 de chloroforme. Entre chaque bain il est rincé dans du tétrachlorure de carbone et soigneusement essuyé à l'aide d'une peau de chamois. Lorsque les marques de rayures ont disparu le cristal doit être parfaitement transparent. Il se peut cependant que le cristal soit opalescent dans la masse.

Le montage du cristal dans le boîtier étanche (*fig.* 1) s'effectue toujours dans la boîte à gants. Il est d'abord collé à l'araldite D à froid [2] à un disque de verre préalablement nettoyé à l'éther et séché en étuve. On dépolit ensuite les surfaces restantes du cristal au papier émeri (Ondex 320-A).

Puis le cylindre en aluminium est scellé au disque en verre à l'araldite D à froid.

Lorsque l'araldite est polymérisée complètement, on bourre l'intervalle compris entre le cristal et le boîtier par de la magnésie RP préalablement étuvée à 400° C. Enfin le couvercle du boîtier est scellé à l'araldite 121 naturelle [3].

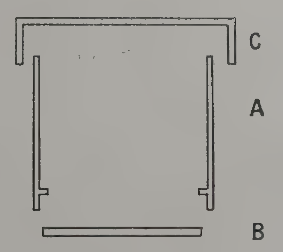


Fig. 1. — Boîtier étanche pour NaI (Tl).

Le boîtier se compose d'un cylindre en aluminium A de diamètre très légèrement supérieur à celui du cristal dans le fond duquel s'emboîte un disque B de verre blanc, ou mieux de verre à ultraviolet. Le couvercle en aluminium C se colle au cylindre après y avoir introduit le cristal.

Nous avons ainsi obtenu trois montages dont les caractéristiques optiques se sont maintenues pendant six mois.

Cependant l'usage de l'araldite D est à déconseiller pour le collage du cristal au verre du boîtier, car un jaunissement se produit à la longue. Il faudrait employer le R 313 [4] conseillé par J. A. Harshaw dans son rapport *Preparation and Performance of Some Scintillation Crystals*, NYO-1577.

Nous tenons à remercier ici MM. Kœchlin, Lévèque et Thommeret, ingénieurs au C. E. A., pour leurs conseils apportés à cette étude.

(1) Fournisseur : Établissements Saint-Gobain.
(2) Durée de séchage : 15 h.
(3) Durée de séchage : 15 h.
(4) Bonding Agent R.313, Carl H. Biggs Co, 2255 Barry avenue, Los Angeles 64, California, E. U.

Manuscrit reçu le 21 janvier 1955.

RÉSONANCE PARAMAGNÉTIQUE DES CHARBONS. DETECTION D'UN RADICAL LIBRE INSTABLE A L'AIR

Par Jean UEBERSFELD et Edmond ERB,
École Supérieure de Physique et Chimie,
Laboratoire de M. Lucas.

La résonance paramagnétique détectée à l'air dans les houilles et diverses matières charbonneuses conduit à admettre la présence dans ces substances de radicaux libres stables à l'air [1], [2], [3]. Leur concentration est de l'ordre de 5.10^{18} à 10^{19} radicaux par gramme de substance.

Ces radicaux n'existent pas à l'air dans les charbons pyrolysés à des températures supérieures à 650° C et c'est précisément le paramagnétisme de ces mêmes charbons, mais placés dans le vide ou en atmosphère inerte (azote) que nous avons détecté à l'aide du spectromètre pour résonance paramagnétique de l'École Supérieure de Physique et de Chimie.

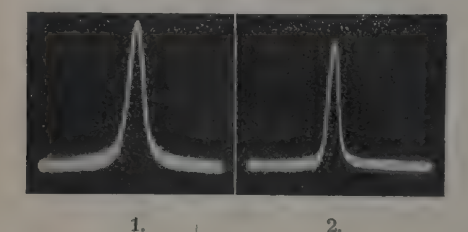
Nous avons examiné des charbons de sucre, obtenus par pyrolyse sous courant d'azote (ce qui évite la combustion) du saccharose pur à des températures comprises entre 650 et 850° C. Ces charbons sont — comme nous l'avons rappelé — diamagnétiques à l'air : placés dans un tube vide d'air et scellé, ils donnent une courbe de résonance paramagnétique dont l'intensité croît au cours du temps et atteint une valeur limite en quelques jours à la température ordinaire, un chauffage à 200° C du tube scellé ramène ce temps à quelques secondes.

Le paramagnétisme ainsi mis en évidence est instable à l'air, ainsi qu'on le vérifie en ouvrant le tube scellé. La période de disparition du phénomène varie de 10 à 20 s.

Les charbons de sucre pyrolysés à des températures inférieures à 650° sont paramagnétiques à l'air; leur scellement en l'absence d'oxygène fait apparaître un paramagnétisme instable à l'air qui se superpose à celui qui est stable à l'air. Pyrolysés au delà de 900°, les charbons de sucre — scellés ou non — ne sont pas paramagnétiques.

Courbe de résonance due au paramagnétisme instable à l'air. — Le facteur de Landé est identique à celui du diphénylpicrylhydrazyle (D. P. P. H.), soit $g = 2{,}002 \pm 0{,}002$ et la largeur de la courbe est de $2{,}1 \pm 0{,}2$ gauss, légèrement plus faible que celle de la courbe du D. P. P. H. ($2{,}8 \pm 0{,}2$ gauss) ainsi que le montrent les photos ci-dessous.

Ces résultats ainsi que les conditions d'obtention du charbon permettent d'admettre que le paramagnétisme étudié est dû à un radical instable à l'air. L'intensité de la courbe de résonance correspond à une densité énorme en radicaux libres (10^{20} radicaux par gramme, alors que 1 g de D. P. P. H., radical libre pur, en contient $1{,}5.10^{21}$).



1. 2.
Courbe 1 : 0,2 mg de D. P. P. H.
Courbe 2 : 2 mg de charbon scellé sous vide.
L'amplitude du balayage est de 30 gauss.

Il convient de souligner l'importance de ces charbons scellés en l'absence d'oxygène, qui peuvent remplacer à peu de frais le D. P. P. H. pour le réglage des appareils de résonance paramagnétique ou la mesure précise des champs magnétiques.

On peut de plus suivre sur ces charbons l'effet d'échange, la largeur de la courbe de résonance décroît au cours de la formation du radical libre.

Des études sont en cours pour préciser le rôle de l'oxygène dans la formation et la destruction de ce radical libre et si possible la nature chimique de ce dernier.

Manuscrit reçu le 31 janvier 1955.

[1] ÉTIENNE A. et UEBERSFELD J. — *J. Chim. Phys.*, 1954, **51**, 328.
[2] INGRAM D. J. F. et BENNETT J. F. — *Phil. Mag.*, 1954, **45**, 545.
[3] UEBERSFELD J., ÉTIENNE A. et COMBRISSON J. — *Nature*, 1954, **174**, 614.

PÉRIODE DU ^{204}Tl

Par Jacques TOBAILEM et Jean ROBERT,
Institut du Radium, Laboratoire Curie.

Le ^{204}Tl se transforme en ^{204}Pb en émettant des rayons β d'énergie maximum $0{,}765 \pm 0{,}010$ MeV [1], aucun rayonnement γ n'accompagnant cette transition. La période du ^{204}Tl est relativement longue, de l'ordre de quelques années. Ce radioélément peut par suite constituer un bon étalon de radioactivité β. Aussi un grand intérêt est attaché à la connaissance précise de la période de décroissance.

Un certain nombre de travaux en ce sens ont été effectués à ce jour, mais les résultats obtenus sont très divergents. En 1941, K. Fajans et A. F. Voigt [2] mesurent la période du ^{204}Tl produit par bombardement du thallium par des deutons : ^{203}Tl (d, p) ^{204}Tl, et trouvent $3{,}5 \pm 0{,}5$ ans. Plus tard, dans la table d'isotopes de G. T. Seaborg et I. Perlman [3] est donnée une valeur de 2,7 ans, communiquée par A. F. Voigt (1945). En 1953, E. E. Lockett et R. H. Thomas [4] étudient pendant huit mois une source de ^{204}Tl à l'électroscope et trouvent $2{,}71 \pm 0{,}05$ ans. La même année, G. Harbottle [5] indique $4{,}02 \pm 0{,}12$ ans, après une étude de 2,9 ans au compteur proportionnel. Enfin, postérieurement à nos mesures, D. L. Horrocks et A. F. Voigt [6] publient le résultat d'une étude de 3,4 ans : $4{,}1 \pm 0{,}1$ ans.

Étant donné le grand désaccord des valeurs publiées, il nous a paru utile d'effectuer une nouvelle détermination de la période de décroissance en utilisant la méthode d'ionisation différentielle de l'un de nous [7]. Le ^{204}Tl que nous avons utilisé provient de l'United

States Atomic Energy Commission sous forme d'une solution de $(NO_3)_3Tl$ dans NO_3H (activité spécifique, 305 mC/g). Une purification très soignée a été faite par chromatographie sur papier par M. Lederer du Laboratoire Curie. Quelques gouttes de la solution purifiée de ^{204}Tl (mise sous forme de Cl_3Tl dans ClH) ont été déposées au centre d'un support constitué par une feuille mince de polystyrène de 1,2 mg/cm²; après évaporation, une deuxième feuille recouvre la source. Nous avons étudié cette source au spectromètre γ à scintillation et nous n'avons pu y déceler aucune impureté.

Notre étude a duré 45 jours, 40 points ayant été déterminés sur la courbe de décroissance. L'intensité de la source de ^{204}Tl a décru pendant ce temps

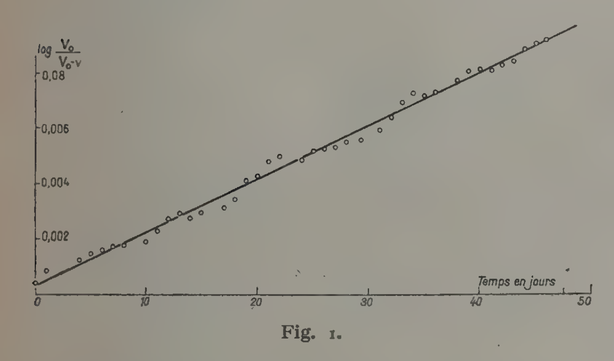


Fig. 1.

de 2 pour 100 environ par rapport à sa valeur initiale. On a opéré par vitesse de déviation. La figure représente la variation de log $\frac{V_0}{V_0 - v}$ en fonction du temps t.

En analysant les résultats des mesures par la méthode des moindres carrés, on obtient

$$T = 4,26 \pm 0,06 \text{ ans},$$

correspondant à une constante radioactive

$$\lambda = (5,16 \pm 0,07) . 10^{-9} s^{-1}.$$

La précision obtenue est de 1,4 pour 100, l'erreur indiquée étant l'erreur quadratique moyenne.

Le résultat est en accord, à la limite des erreurs expérimentales, avec le résultat publié le plus récent, celui de D. L. Horrocks et A. F. Voigt : 4,1 ± 0,1 ans [6].

Manuscrit reçu le 1er janvier 1955.

[1] Yuasa T., Laberrigue-Frolow J. et Feuvrais L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1500.
[2] Fajans K. et Voigt A. F. — *Phys. Rev.*, 1941, **619**, 60.
[3] Seaborg G. T. et Perlman I. — Table d'isotopes. *Rev. Mod. Phys.*, 1948, **20**, 585.
[4] Lockett E. E. et Thomas R. H. — *Nucleonics*, 1953, **11**, 14.
[5] Harbottle G. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1234.
[6] Horrocks D. L. et Voigt A. F. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1205.
[7] Tobailem J. — *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 48.

LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE ET LA STRUCTURE CRISTALLINE DES ALLIAGES Au_3Mn ET AuMn DANS L'INTERVALLE DE TEMPÉRATURE — 183 A 700° C

Par A. Giansoldati et J. O. Linde,
Stockholm, Suède.

Nous avons effectué des mesures de résistivité électrique sur des échantillons de Au_3Mn et AuMn en forme de barres de 1 × 1 × 30 mm, obtenus par une méthode de moulage spéciale. Celles-ci ont donné les résultats résumés dans la figure 1. Une comparaison de ces résultats avec ceux déduits de mesures magnétiques faites par l'un de nous (A. G.) [1] et des résultats préliminaires de déterminations de la structure cristalline de ces alliages (J. O. L.), nous a conduit aux conclusions suivantes :

1. Le coude dans la courbe résistivité-température pour AuMn à + 227° C indique le point de Néel (le point de transformation antiferromagnétique) pour cet alliage. (Le point de transformation dans le cas de AuMn à 615° C, prévu dans un travail de E. Raub, U. Zwicker et H. Baur [2], ne peut pas s'observer sur la courbe résistance-température obtenue par nous pour cet alliage.)

2. La transformation pour Au_3Mn indiquée par un coude dans la courbe à environ 650° C est du caractère ordre-désordre. La très faible variation de résistance dans ce cas (*fig.* 1) comparée à ce que l'on trouve dans la plupart des cas de changements ordre-désordre antérieurement connus [3], démontre que la diffraction *s-d* des électrons de conductivité dans un alliage n'est guère influencée par la transformation ordre-désordre. (Quand au rôle de la diffraction *s-p* des électrons de conductivité dans des alliages des métaux nobles avec Mn, *voir* [4].)

3. Le coude à — 123° C chez Au_3Mn peut, par analogie avec celui de AuMn, être attribué à un point de Néel de l'alliage (pas encore observé par des méthodes magnétiques).

L'allure des courbes résistivité-température dans l'intervalle au-dessous du point de Néel pour les alliages (déterminé pour la première fois dans cette recherche pour un alliage métallique) est d'un grand intérêt. Ces courbes donnent dans cet intervalle pour le coefficient de température de la résistance la valeur de $4,0 . 10^{-3}$ degré$^{-1}$ pour Au_3Mn et $4,1 . 10^{-3}$ degré$^{-1}$ Pour AuMn. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que la valeur correspondante d'un métal pur (presque exactement égales à la valeur correspondante de l'or). On notera encore la valeur élevée que l'on obtient pour $\frac{d\rho}{dt}$ dans ces cas, et la forme compliquée de la courbe d'hystérésis pour Au_3Mn dans la transformation ordre-désordre à 650° C.

La valeur de la résistivité à 20° C pour Au_3Mn (60 μΩ.cm) obtenue par extrapolation dans l'intervalle de température 700-20° C est en bon accord avec la valeur déduite par extrapolation à hautes concen-

trations de Mn de la variation de la résistance dans le cas de l'or additionné de Mn, déterminée par un des auteurs (J. O. L.) [4] pour des alliages dilués.

Les résultats préliminaires de nos recherches sur la structure cristalline de deux alliages montrent que, dans l'intervalle de température au-dessous de 650° C, Au_3Mn a un réseau rhombique avec une structure ordonnée. En cas du AuMn nous trouvons (en accord avec les résultats des auteurs allemands [2], [5]) que le réseau est tétragonal centré dans l'espace, et a une structure ordonnée. Il semble que la transformation relative à la déformation du réseau des deux alliages ne peut pas être évitée au moyen d'un refroidissement très rapide de la température très élevée jusqu'à la température ambiante. Contrairement aux conditions qui existent, par exemple, dans le système AuCu [6], la déformation du réseau diminue avec un plus grand degré d'ordre.

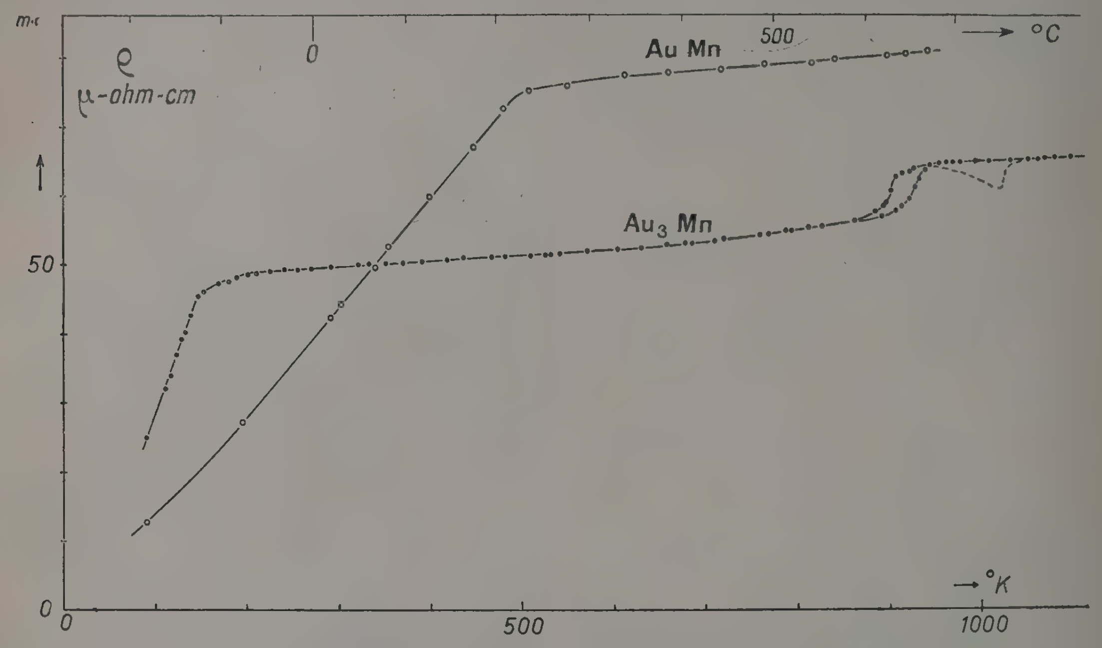


Fig. 1. — Résistivité en fonction de la température pour Au_3Mn et AuMn.

Ce travail a été fait dans l'Institut de Physique de la Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm. Les auteurs remercient le Professeur Borelius de l'intérêt stimulant qu'il a montré pour cette recherche.

Le travail d'un des auteurs (A. G.) a été subventionné par le Conseil Suédois des Sciences naturelles.

Manuscrit reçu le 5 février 1955.

[1] Giansoldati A. — *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 342.
[2] Raub E., Zwicker U. et Baur H. — *Z. Metallkunde*, 1953, **44**, 312.
[3] Borelius G., Johansson C. H. et Linde J. O. — *Ann. Physik*, 1928, **84**, 291.
[4] Linde J. O. — *Ann. Physik*, 1932, **15**, 219 et *Arkiv Mat. fys. et astr.*, 1948, **46** A, n° 10.
[5] Bumm H. et Dehlinger U. — *Metallwirtsch.*, 1934, **13**, 23.
[6] Johansson C. H. et Linde J. O. — *Ann. Physik*, 1936, **25**, 1.

RECHERCHES MAGNÉTIQUES SUR DEUX ALLIAGES DU SYSTÈME Au—Mn

Par A. Giansoldati,
Stockholm, Suède.

Le diagramme d'état du système Au-Mn publié récemment par Raub, Zwicker et Baur [1] montre

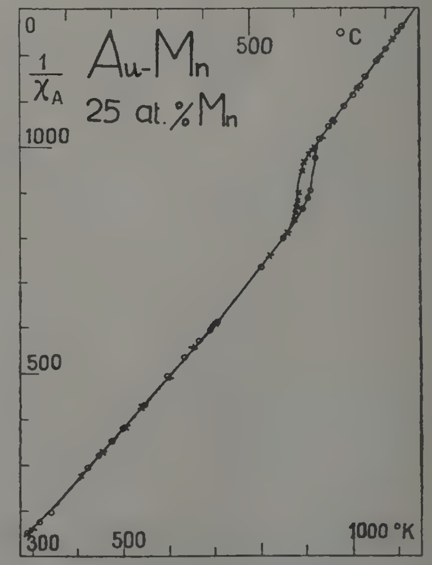


Fig. 1. — Susceptibilité atomique inversée pour AuMn en fonction de la température.

des transitions d'un caractère inconnu pour Au_3Mn à 918° K et pour AuMn à 848° K.

Pour l'alliage Au_3Mn des recherches aux rayons X, [1] ont montré une transformation brusque du réseau à la température indiquée.

A la suite des recherches magnétiques conduites à notre Institut, [2] à [5], l'auteur a maintenant étudié la susceptibilité magnétique des phases Au_3Mn et AuMn du système d'alliage Au-Mn.

La figure 1 donne des résultats d'une recherche faite sur les propriétés magnétiques de Au_3Mn montrant la susceptibilité atomique inversée en fonction de la température. Vers 920° K la transition est signalée par un changement brusque dans la susceptibilité, accompagnée d'un phénomène d'hystérésis compliquée.

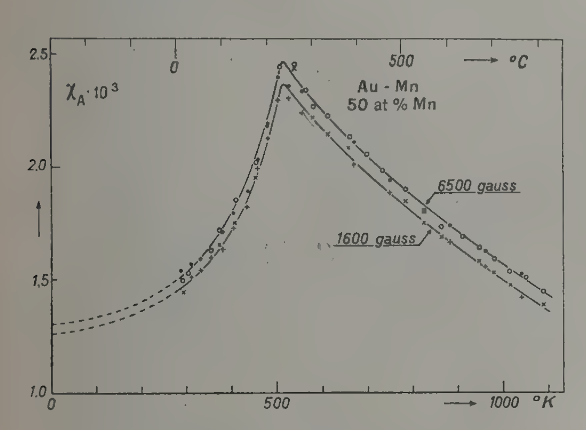


Fig. 2. — Susceptibilité atomique pour Au_3Mn en fonction de la température.
× ∘ } température croissante;
+ ∘ } température décroissante.

Pour l'alliage AuMn la figure 2 donne la susceptibilité atomique pour deux valeurs du champ magnétique, 1600 et 6 500 gauss, en fonction de la température. On n'a pas trouvé de changement vers 848° K. D'autre part la variation de la susceptibilité avec la température présente à environ 500° K un maximum marqué et prend l'allure connue des matériaux antiferromagnétiques.

L'auteur remercie le Professeur G. Borelius et le Docteur J. O. Linde pour leur assistance et leur intérêt pour le travail. Le travail a été subventionné par le Conseil Suédois des Sciences naturelles.

Manuscrit reçu le 5 février 1955.

[1] Raub E., Zwicker U. et Baur H. — *Z. Metallkunde*, 1953, **44**, 312.
[2] Kronqvist E. — *Arkiv mat. astr. fysik*, 1947, **34** B, n° 7.
[3] Kronqvist E. — *Arkiv Fysik*, 1952, **5**, 453.
[4] Kronqvist E. et Giansoldati A. — *Arkiv Fysik*, 1953, **7**, 343.
[5] Giansoldati A. — *Arkiv Fysik*, 1953, **8**, 151.

AMÉNAGEMENT D'UN SPECTROMÈTRE INFRAROUGE PERKIN-ELMER POUR UTILISATION DE CUVES LONGUES DE FAIBLE OUVERTURE

Par R. Coulon,

Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue.

L'étude des spectres d'absorption infrarouges des gaz comprimés jusqu'à plusieurs milliers d'atmosphères impose des conditions expérimentales difficiles : cuves volumineuses, entourées de thermostats encombrants, faible ouverture utile des fenêtres.

La mise en service d'une cuve d'absorption de 50 cm de longueur pour 1200 atm, et l'étude d'une cuve à 5 000 atm, offrant des possibilités de régulation de température, nous ont amené à réaliser le dispositif schématisé sur la figure 1 : la source S est une lampe à arc concentré au zirconium (1) de 300 W. Un arc

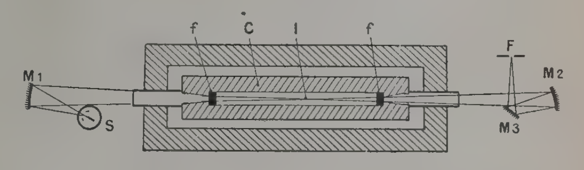
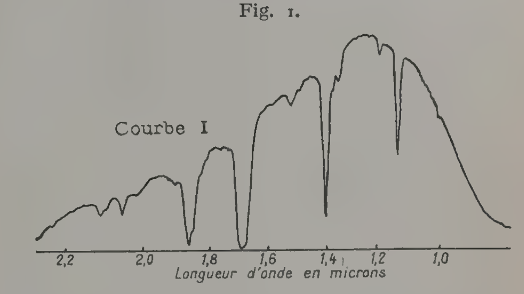


Fig. 1.



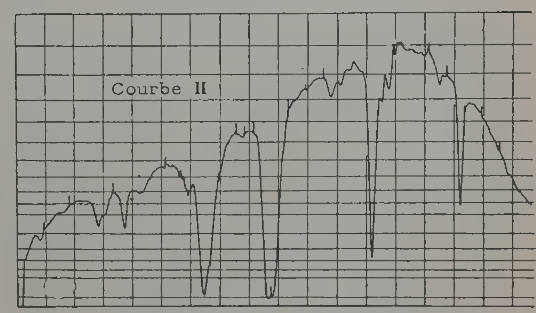


Fig. 2. — Spectre du chloroforme dans le proche infrarouge. Cellule de 1 cm.

Courbe I : Prisme de quartz fondu, source au tungstène, spectromètre modèle 112, détecteur au PbS.

Courbe II : Prisme de LiF, source arc au Zr, spectromètre modèle 12 C, détecteur au PbS.

(1) Lampe AC 300, fournie par le Laboratoire Central des Télécommunications.

Nous remercions le L. C. T. et particulièrement M. Ducray qui a bien voulu mettre plusieurs de ces lampes à notre disposition.

au zirconium avait déjà été utilisé par Hall et Nester [1]; le miroir sphérique M_1 forme une image de l'arc en I, environ au milieu de la cuve C; M_2, autre miroir sphérique, focalise, après réflexion sur le miroir plan M_3, sur la fente d'entrée F du monochromateur. La distance M_1-M_2 est actuellement de l'ordre de 1,20 m. Un jeu de miroirs de courbures convenables doit permettre différentes longueurs. Des réglages mécaniques fins ont été réalisés pour ces différents miroirs, car l'obtention d'une image très brillante mais petite nécessite une mise au point précise.

Afin de donner une idée des résultats obtenus, nous présentons deux courbes comparables (*fig.* 2) de l'absorption du chloroforme sous 1 cm dans le proche infrarouge :

— La courbe I est tirée de la brochure *Instruction manual* (vol. 3 A, *fig.* 20, p. 26) de Perkin-Elmer, et représente un spectre étalon. Les conditions d'enregistrement sont indiquées : spectromètre modèle 112 à double passage, utilisé à son maximum d'ouverture, prisme de quartz, récepteur : cellule au PbS, source : ruban de tungstène.

La courbe II a été enregistrée par nous dans les conditions suivantes :

Cuve de 50 cm en place, vide, dont les deux fenêtres *f* de 15 mm d'épaisseur ont un diamètre utile de 8 mm environ; spectromètre modèle 12 C, modifié en double passage, dont les performances restent inférieures à celles du modèle 112; prisme de LiF, dont la dispersion est inférieure dans cette région à celle du quartz; récepteur : cellule au PbS; source : lampe à arc concentré au zirconium.

On voit donc l'intérêt de l'utilisation de cette source brillante (brillance moyenne indiquée par le constructeur : 40 bd/mm²) qui présente une très bonne stabilité.

Nous sommes jusqu'à présent limités à 2,8 μ environ par le verre de l'ampoule. Nous modifions actuellement une autre lampe par adjonction d'une double enveloppe refroidie par circulation d'eau et munie d'une fenêtre en matériau convenable (CaF_2, NaCl, CsBr, etc.) devant permettre son emploi aux plus grandes longueurs d'onde (les auteurs déjà cités [1] ont utilisé une fenêtre de NaCl).

Manuscrit reçu le 8 février 1955.

[1] Hall M. B. et Nester R. G. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1952, **42**, 257-258.

ÉTUDE DES RAYONNEMENTS γ ET X ÉMIS PAR L'ACTINIUM

Par R. Bouchez, A. Michalowicz, M. Riou et J. Teillac,
Institut du Radium, Paris.

Les rayonnements γ et *X* émis au cours de la désintégration de Ac et Ac *K* ont été étudiés par M. Lecoin et ses coll. [1], [2] qui attribuaient à Ac un rayonnement γ de (35,3 ± 2,2) keV (nombre de photons par désintégration, 0,22 pour 100), un rayonnement de 15 keV (rayonnement *L* du Th, 5 pour 100) et à Ac *K* des rayonnements γ de 350 keV, de (48,6 ± 1,6) keV, un rayonnement *L*. Hyde [3] a observé les raies suivantes émises par Ac *K* : 15, 50, 80, 215 et 310 keV.

Nous avons repris l'étude des rayonnements γ de Ac à l'aide d'un spectromètre γ à scintillations de résolution ≃ 7 pour 100 pour 511 keV, avec un cristal de NaI (Tl), diamètre et hauteur, 2 cm.

Nous avons d'abord observé qu'une source purifiée en dérivés, sauf Ac *K*, ne présentait pas de rayonnement de 35 keV, tandis que des sources en équilibre avec les dérivés présentaient un rayonnement de 33 keV en proportion très variable. L'étude systématique des sources du laboratoire montra que le rayonnement était d'autant plus intense que la source contenait plus de matière. Celle-ci étant surtout composée d'oxyde de lanthane, et l'énergie moyenne du rayonnement *K* de La étant de 33,4 keV, on peut alors supposer que le rayonnement de (35,3 ± 2,2) keV précédemment interprété comme rayonnement γ de Ac est en fait, le rayonnement *K* de La excité principalement par les rayonnements γ et les électrons de la source.

Déjà en 1939, M. Frilley [4] avait observé par diffraction cristalline sur une source intense d'Ac (60 mC dans 33 mg de La_2O_3), l'émission des raies *K* de La.

Nous avons recherché l'influence de l'addition de La sur l'intensité du rayonnement de 33 keV; la figure 1

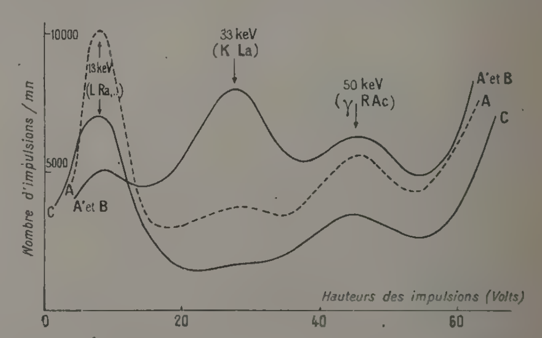


Fig. 1. — Spectre des raies γ et *X* de Ac et dérivés.

représente les spectres obtenus avec différentes sources : on y observe les spectres *L* d'Ac et dérivés, le rayonnement γ de 50 keV du (RAc + Ac *K*) et le rayonnement de 33 keV. La source A a une activité d'environ 500 μC dans quelques milligrammes de La; la source A' est de même nature, mais on a ajouté 30 mg de La_2O_3 dans un tube de verre de 26 mm de longueur et 1,6 mm de diamètre extérieur, de façon à être identique, à l'activité près, à la source utilisée par M. Frilley (source B). La source C est une source préparée par Yang Jeng-Tsong [5] avec séparation La-Ac par chromatographie (0,5 mC dans 0,436 mg de matière). On voit que le rapport d'intensité $I = \frac{30 \text{ keV}}{50 \text{ keV}}$ croît avec la quantité de La.

Source (mg La_2O_3)	A (3)	A' et B (30)	C (0,4)
$I\left(\frac{30 \text{ keV}}{50 \text{ keV}}\right)$	0,24	2	0,1

On peut calculer la proportion de rayonnement K produit, soit par effet photoélectrique des raies γ et X de 50 et 80 keV qui sont les raies absorbables les plus intenses d'Ac + dérivés, soit par l'absorption des rayons β et des électrons de conversion. On obtient pour les sources A′ et B respectivement des rapports $I \doteq 1{,}6$ et $I = 1$ dont le total est compatible avec le rapport observé $I = 2$.

D'autre part, une source identique à la source A a été soigneusement purifiée en dérivés, par M. Bouissières et Mme Legoux. La figure 2 représente le spectre

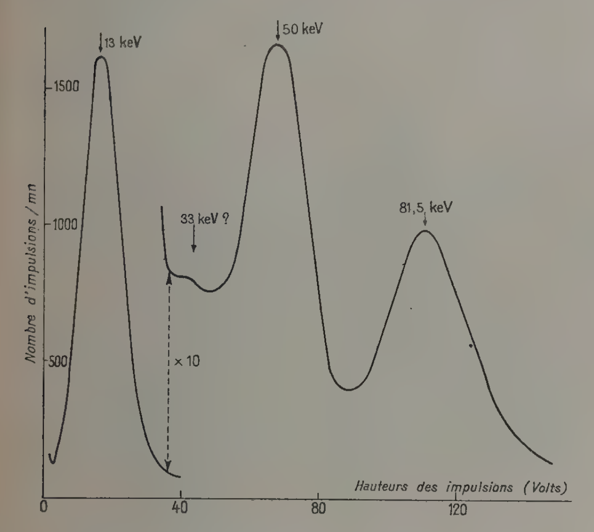


Fig. 2. — Spectre des raies γ et X de Ac + AcK.

obtenu 4 h après la purification, la source contenant alors 1,2 pour 100 d'Ac K (équilibre) et 0,6 pour 100 de RAc reformé. Des écrans de 300 mg/cm² de Be et 130 mg/cm² de plexiglas étaient interposés pour arrêter les rayonnements β. Le rayonnement γ de 50 keV est dû à Ac K + RAc, celui de 80 keV à Ac K avec une légère dissymétrie due à la présence du rayonnement K du Ra (88 keV) émis par RAc. Aux plus hautes énergies, on ne retrouve que les rayonnements γ de 240 et environ 320 keV déjà attribués à Ac K [3].

Le rayonnement de 33 keV n'apparaît pas sur cette courbe $\left(I = \frac{33\text{ keV}}{50\text{ keV}} < 4 \text{ pour } 100\right)$. Par contre, après trois jours de croissance des dérivés, on observe un rapport $I \simeq 7{,}5$ pour 100. Ce rayonnement n'apparaît pas avec les fractions de RAc et Ac X séparés de la source d'Ac qui ne contiennent pas de La. La croissance du rayonnement dans Ac s'explique aisément par la croissance des dérivés qui émettent des rayonnements γ et β beaucoup plus intenses que Ac + Ac K, leur absorption provoquant l'émission du rayonnement K de La.

Dans le spectre observé de la figure 2, un seul rayonnement est attribuable à Ac, celui de 13 keV : on observe au rapport d'intensité $\frac{13\text{ keV}}{50\text{ keV}} = 82$, alors que les rayonnements L émis par Ac K et RAc sont bien moins intenses, respectivement $\frac{L}{50\text{ keV}} \simeq 1$ [2] et $\frac{L}{50\text{ keV}} \doteq 3{,}6 \pm 0{,}3$ (d'après nos mesures). Dans la région de 2 à 10 keV nous n'avons observé aucun rayonnement d'intensité comparable à celle du rayonnement de 13 keV.

Le rayonnement de 13 keV avait été précédemment interprété comme le rayonnement L du Th [2]. Nous pouvons déduire son intensité absolue à partir du rapport observé $\frac{L\text{ Th}}{50\text{ keV}} = 81$, connaissant l'intensité absolue du rayonnement γ de 50 keV émis par Ac K ($0{,}34 \pm 0{,}07$ pour 100) [2], [3] et par RAc (7 ± 2 pour 100), d'après la moyenne des résultats [3], [6] et la proportion en activité de ces deux corps lors de la mesure. On obtient

$$I_{13\text{ keV}} = (4{,}8 \pm 1{,}0) \text{ pour } 100,$$

en bon accord avec la valeur de 5 pour 100 obtenue précédemment [2] soit environ 12 pour 100 d'excitations de la couche L par désintégration.

On peut de même donner une limite supérieure de l'intensité de l'hypothétique rayonnement γ de 33 keV-0,01 pour 100 bien inférieure à la valeur obtenue précédemment [2].

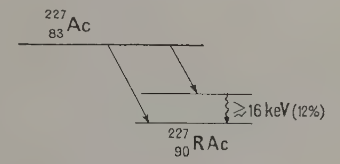


Fig. 3.

Si le rayonnement L est dû à la conversion interne d'une raie γ d'énergie supérieure à 16,3 keV (énergie de liaison L_{III} de Th) celle-ci a pu échapper à l'observation, car sauf pour les rayonnements E_1, les coefficients de conversion interne dans cette région sont supérieurs à 100. Le schéma de désintégration proposé précédemment [2] peut rester valable, l'énergie du niveau excité pouvant être abaissée à 16 keV, ce qui peut expliquer que l'on n'ait pu observer la transition β directe (*fig.* 3).

Manuscrit reçu le 9 février 1955.

[1] Lecoin M., Perey M. et Tsien San Tsiang. — *Cahiers de Physique*, 1944, **26**, 10.

[2] Lecoin M., Perey M., Riou M. et Teillac J. — *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 227.

[3] Hyde E. K. — *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 1221.

[4] Frilley M. — *J. Physique Rad.*, 1940, **1**, 34.

[5] Yang Jeng Tsong. — *J. Chim. Phys.*, 1950, **47**, 805.

[6] Riou M. — *Ann. Physique*, 1953, **8**, 535.

ÉTUDE DES COMPOSANTES DU SPECTRE β^- DE $^{86}_{37}$Rb

Par Mme Jeanne LABERRIGUE-FROLOW,
Physique et Chimie nucléaires, Collège de France

et M. Michel LEDERER,
Institut du Radium.

Les études publiées sur $^{86}_{37}$Rb [1], [2], [3], [4], s'accordent pour indiquer dans sa désintégration β^- l'existence de deux groupes et pour attribuer aux niveaux du $^{86}_{38}$Sr les spins et les parités portés sur la figure 1.

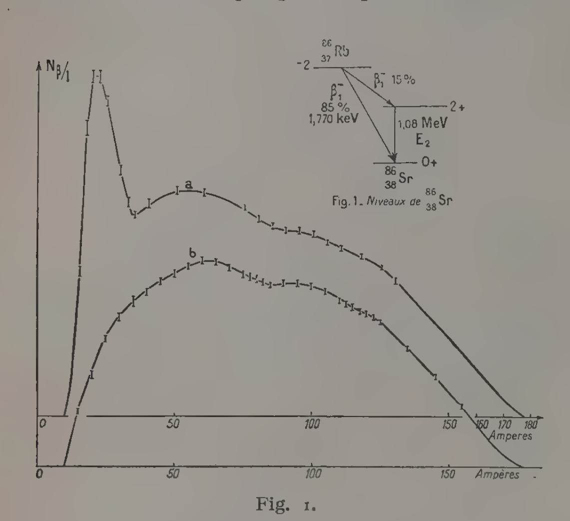


Fig. 1.

Fig. 2 *a*. — Spectre β^- obtenu avec une source de ^{86}Rb non purifiée.
Fig. 2 *b*. — Spectre β^- obtenu avec une source de $^{86}_{37}$Rb purifiée.

La transition β^- conduisant au niveau excité de $^{86}_{38}$Sr correspondrait alors à une transition ($\Delta J = 0$, oui). Il est intéressant de connaître avec précision la forme de son spectre.

La difficulté d'une telle étude provient de la présence dans $^{86}_{37}$Rb d'une impureté de $^{134}_{55}$Cs, très gênante car la section efficace de formation de $^{134}_{55}$Cs est $\sigma = 26 . 10^{-24}$ cm² alors que celle du $^{86}_{37}$Rb est $\sigma = 0{,}524 . 10^{-24}$ cm². De plus le ^{134}Cs a une composante β^- molle ($E_{max} = 90$ keV) très intense et neuf raies γ d'énergies allant de 467 à 1400 keV [5] (*fig.* 2 et 3).

Les études précédentes [1], [6], [7] utilisant du Rb purifié soit par précipitation du Cs, soit par séparation par colonne de résines, étaient faites avec des sources épaisses (source + support de 0,5 à 3 mg/cm²).

Il était important d'obtenir des sources minces et pures de $^{86}_{37}$Rb. Nous avons appliqué la méthode de chromatographie sur papier.

Le chlorure de Rb, irradié quatre semaines dans le flux de neutrons de la pile P_2 de Saclay (activité spécifique, 42 mC/g) a été purifié par chromatographie sur papier, avec comme solvant du phénol saturé de HCl 2 *N*, d'après Steel [8]. Pour nous assurer de la validité radiochimique, nous avons déterminé les valeurs de R_F de plusieurs ions qui pourraient être présents comme impuretés.

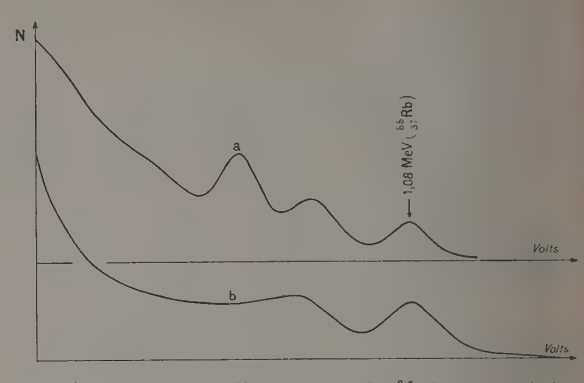


Fig. 3 *a*. — Spectre γ d'une source de $^{86}_{37}$Rb non purifiée.
Fig. 3 *b*. — Spectre γ obtenu avec une source de $^{86}_{37}$Rb purifiée.

La figure 4 montre les positions des ions sur un chromatogramme où ceux-ci se propagent parallèlement les uns aux autres sur la même feuille. Les impuretés habituelles des sources radioactives telles que le fer, le zinc, etc. sont complètement séparées. 2 à 3 mg de matière ont été ainsi purifiés.

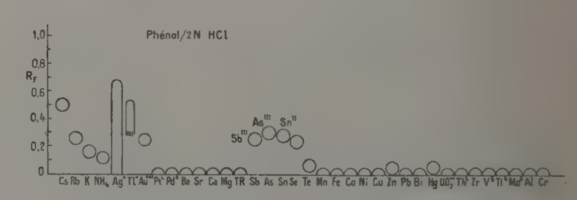


Fig. 4. — Position des ions sur un chromatogramme.

La figure 5 reproduit la répartition de l'intensité en γ ($0{,}4 < E\gamma < 1{,}4$ MeV) le long d'une bande du papier filtre et montre l'existence de deux pics très nettement séparés.

Les spectres γ relevés pour ces deux pics à l'aide d'un spectromètre à scintillations correspondent bien

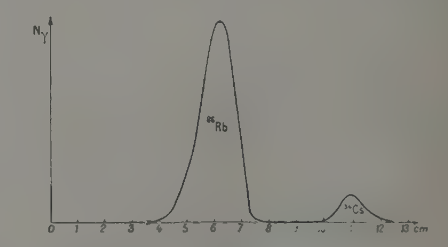


Fig. 5. — Répartition de l'intensité γ ($0{,}4 < E < 1{,}4$ MeV) le long d'une bande du papier filtre. Elle reste nulle ensuite jusqu'au bout de la bande.

le premier au ${}^{86}_{37}$Rb (*fig.* 3 *b*) et le second au ^{134}Cs (on peut évaluer à moins de 1 pour 100 la proportion de l'impureté de Cs présente dans le Cl-Rb utilisé).

Il apparaît donc que la séparation Rb-Cs par la méthode de chromatographie sur papier assure une pureté totale sans perte de matière.

Le Rb ainsi purifié nous a permis d'étudier le spectre β^- et le spectre de coïncidences β-γ à l'aide du spectromètre type Slatis-Siegbahn du Laboratoire de Physique et Chimie nucléaires dans les mêmes conditions que dans l'étude du ${}^{105}_{45}$Rh [9], mais avec une fenêtre de compteur de 1 mg/cm².

Les sources obtenues par sublimation à l'air avaient une épaisseur $< 0{,}1$ mg/cm² et étaient déposées sur du LC 600 d'épaisseur $\sim 20\,\mu$g/cm².

Le spectre β^- (*fig.* 2 *b*) dont la composante énergique ($E_{max} = 1760 \pm 10$) keV a la forme caractéristique d'une transition ($\Delta J = 2$, oui) a été analysé par la méthode de Fermi en appliquant le facteur de correction exact pour la composante énergique du spectre. Cette analyse conduit aux résultats suivants :

$E_{\beta max}$.	Intensité partielle (pour 100).	$\log_{10} ft$.	$\log_{10}(W_0)ft$.	Ordre d'interdiction.
1770 keV ± 10 keV.	85	8,23	9,5	1er (ΔJ=2, oui)
~ 730 keV.......	15	7,8	–	1er (ΔJ=0, 1, oui)

Le spectre de coïncidences β-γ correspondant à la seconde composante à une forme expérimentale très voisine de la forme permise, confirmant les résultats antérieurs obtenus avec des sources plus épaisses.

Manuscrit reçu le 11 février 1955.

[1] Hollander J. M., Perlman I. et Seaborg T. — *Rev. Mod. Phys.*, 1953, **25**, n° 2, 469.
[2] Bellamy. — *Nature*, 1951, **168**, 556.
[3] Lyon W. S. et Strain J. E. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, n° 6, 1500.
[4] Hamilton, Lemonick et Pipkin. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1191.
[5] Joshi M. C. et Thosar B. V. — *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1022. Bachilov A. A., Antoneva N. M., Blinov M. V. et Djelepov B. S. — *Isv. Akad. Naouk. S. S. S. R.*, 1954, **18**, n° 1, 43.
[6] Macq. — *Ann. Soc. Sc.*, Bruxelles, **67**, 30, 17.
[7] Pohm, Lewis, Talboy et Jensen. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1513.
[8] Steel A. E. — *Nature*, 1954, **173**, 315.
[9] Laberrigue-Frolow J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **240**, 287.

CONSTANTE DIÉLECTRIQUE ET ASSOCIATION DU PYRROLE

Par P. Tuomikoski,
Helsinki (Finlande).

Les recherches infrarouges [1] ont posé le problème du mécanisme de l'association des molécules de pyrrole. Afin de trouver des données indépendantes par d'autres propriétés physiques, l'auteur a abordé des mesures diélectriques sur le pyrrole. Les résultats concernant les solutions diluées ont déjà été donnés [2]. On trouvera ici les résultats relatifs au pyrrole liquide pur, de 16 à 83° C.

Les constantes diélectriques ont été mesurées à l'aide d'un pont semblable à celui utilisé par Schupp et Mecke [3], avec deux tubes 6 H 6 redresseurs. Deux condensateurs de précision ont été employés : l'un, le Leybold's Nachfolger « Normal Drehkondensator n° 847 », de 1,5 $\mu\mu$F par grade, avec une précision de lecture de 0,05 grade; l'autre, un condensateur Manens 25 $\mu\mu$F isolé au quartz, dont on avait supprimé des lames : la capacité de 10 $\mu\mu$F obtenue permettait une lecture correspondant à $10^{-3}\,\mu\mu$F.

Les mesures ont été faites de deux façons avec la cellule placée dans un récipient rempli de toluène : 1° en employant un condensateur « grossier » seulement; 2° en mesurant à la température ordinaire, pour la cuve vide et pleine, avec le condensateur « grossier » et, pour les variations de température, avec le condensateur de précision. On a pris la moyenne des mesures à température croissante et décroissante. En faisant un essai semblable avec le benzène, on a trouvé que la capacité de la cellule de mesure était $7{,}96 \pm 0{,}01\,\mu\mu$F (la constante diélectrique du benzène est celle indiquée par Niini [4]). Les résultats sont rassemblés dans le tableau I. Les thermomètres avaient été contrôlés par le Bureau des Poids et Mesures d'Helsinki et les corrections ont été faites.

Tableau I.

I. t° C.	I. ε.	II. t° C.	II. ε.
19,8.........	8,04	16,6.........	8,10
29,7.........	7,85	25,3.........	7,93
40,1.........	7,65	30,0.........	7,84
50,5.........	7,45	39,8.........	7,65
60,3.........	7,28	50,2.........	7,47
70,4.........	7,09	60,7.........	7,28
80,5.........	6,92		
83,5.........	6,85		

Les valeurs des densités ont été déterminées avec un pycnomètre 2 ml possédant deux capillaires gradués. Les mesures de densité ont été faites jusqu'à 54° C (tableau II). Pour le calcul des moments d'Onsager [5], les valeurs suivantes ont été utilisées : 60° C, 0,9348; 70° C, 0,925; 83° C, 0,912 g.cm⁻³. Le moment d'Onsager est plus sensible à la constante diélectrique qu'à la densité.

Tableau II.

t° C.	d (g/cm³).
19,1..................	0,9698
24,9..................	0,9655
35,7..................	0,9565
54,1..................	0,9402

La formule d'Onsager :

$$\mu^2_{\text{Ons}} = \frac{9kT}{4\pi N}\,\frac{(\varepsilon - n^2)(2\varepsilon + n^2)}{\varepsilon(n^2 + 2)^2};$$

μ, moment dipolaire;
N, nombre de molécules par centimètre cube;
ε, constante diélectrique statique;
n, indice de réfraction

est transformée en

$$\mu^2_{\text{Ons}} = \frac{9kM}{4\pi N_L}\,\frac{T}{d}\,\frac{\left(\varepsilon+2-\dfrac{3M}{M-Rd}\right)\left(2\varepsilon-2+\dfrac{3M}{M-Rd}\right)}{\varepsilon\left(\dfrac{3M}{M-Rd}\right)^2};$$

M, poids moléculaire;
d, densité;
R, réfraction molaire.

L'influence de la température sur l'indice de réfraction a donc été introduite en supposant R constant. Les légères variations possibles de R avec la température n'affectent certainement pas les résultats. Selon Buckingham et coll. [6] :

$$n_D^{25} = 1{,}5051, \qquad \text{d'où} \qquad R = 20{,}60\ \text{cm}^3;$$

la différence entre les deux valeurs est négligeable dans les calculs de moment dipolaire.

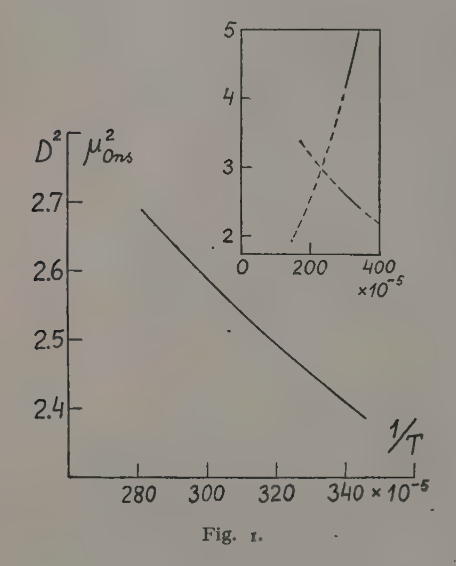


Fig. 1.

La courbe en trait plein de la figure 1 donne μ^2_{Ons} en fonction de l'inverse de la température. La courbe pointillée (en médaillon) donne l'allure supposée en dehors de l'intervalle de mesure. La courbe se termine en un point correspondant au moment mesuré pour le gaz [6]. La courbe analogue du phénol [8] est donnée pour comparaison et le point terminal correspond à la valeur moyenne trouvée pour les solutions diluées dans les solvants non polaires [8]. L'abscisse de ce point est l'inverse de la température critique du phénol. La figure donne pour la température critique du pyrrole 330° C, valeur très raisonnable.

Introduisant l'interaction d'une molécule centrale donnée avec ses z voisins les plus proches, Kirkwood [9] a été conduit à la formule suivante modifiée par Frohlich [10] :

$$\mu_0^2\,[1 + z\langle\cos\gamma\rangle_{\text{Av}}] = \mu^2_{\text{Ons}},$$

où μ_0 est le moment du gaz et γ l'angle entre les dipôles des molécules voisines. $\langle\cos\gamma\rangle_{\text{Av}}$ doit être positif dans le cas de l'association avec dipôles parallèles et négatif pour les dipôles antiparallèles. D'après la figure 1, on pourrait penser que le premier cas serait celui du phénol, le second celui du pyrrole.

Quelques halogénures organiques montrent, comme le pyrrole, un accroissement de μ^2_{Ons} pour $\frac{1}{T}$ décroissant. Mais la comparaison avec le pyrrole n'est pas permise sans de nouvelles considérations sur les structures moléculaires différentes.

Manuscrit reçu le 12 février 1955.

[1] Mirone P. — *Atti Accad. Lincei*, Classe di Sc. Fis. Mat. Nat., 1951, **11**, 365.
Mirone P. et Vampiri M. — *Ibid.*, 1952, **12**, 405.
Fuson, Josien, Powell et Utterback. — *J. Chem. Phys.*, 1952, **20**, 145.
Tuomikoski P. — *Ibid.*, 1952, **20**, 1054.
Linnell R. H. — *Ibid.*, 1953, **21**, 179.
Tuomikoski P. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 318.
Josien M. L. et Fuson N. — *J. Chem. Phys.*, 1954, **22**, 1169.
Tuomikoski P. — *Ibid.*, 1954, **22**.
[2] Tuomikoski P. — *Mikrochimica Acta*, 1955, **42** (sous presse).
[3] Schupp R. et Mecke R. — *Z. El. Chem.*, 1948, **52**, 40.
[4] Niini A. — *Ann. Acad. Sc. Fenn.*, 1936, A **46**, n° **1**.
[5] Onsager L. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1936, **58**, 1486.
[6] Buckingham A. D., Harris B. et Le Fevre R. J. W. — *J. Chem. Soc.*, 1953, 1626.
[7] Vries Robles H. de. — *Rec. trav. chim.*, 1939, **58**, 111.
[8] Mecke R., Reuter A. et Schupp R. L. — *Z. Nat. forschg.*, 1949, **4** *a*, 182.
[9] Kirkwood J. G. — *J. Chem. Phys.*, 1939, **7**, 911.
[10] Frohlich H. — Theory of dielectrics, Clarendon Press, Oxford, 1939.
[11] Hoffman J. D. — *J. Chem. Phys.*, 1952, **20**, 740.
Heston W. M. Jr., Henelly E. J. et Smyth C. P. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1950, **72**, 2071.

VARIATION DES CONSTANTES ÉLASTIQUES DU QUARTZ EN FONCTION DE LA PRESSION JUSQU'A 1000 atm

Par C. Susse,
Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue.

En vue de déterminer la variation sous pression des constantes élastiques du quartz, nous avons poursuivi les travaux entrepris au Laboratoire [1] sur la fréquence de résonance des lames soumises à une pression hydrostatique.

Soient f cette fréquence, e l'épaisseur de la lame, ρ sa densité, c le coefficient élastique correspondant à l'orientation de la lame et à la vibration excitée, la formule classique

$$f = \frac{1}{e}\sqrt{\frac{c}{\rho}}, \tag{1}$$

donne sous pression

$$\frac{1}{c}\frac{dc}{dp} = \frac{2}{f}\frac{df}{dp} + \chi - 2S_e. \qquad (2)$$

où χ est la compressibilité cubique du quartz et S_e sa compressibilité linéaire suivant l'épaisseur de la lame.

Puisque c est une combinaison linéaire des constantes élastiques c_{ij} du quartz, on voit que l'étude d'un nombre suffisant de coupes différentes permet de connaître les $\frac{1}{c_{ij}}\frac{dc_{ij}}{dp}$.

Nous avons utilisé des coupes perpendiculaires à l'axe Y et des coupes qui s'en déduisent par une rotation autour de l'axe X (coupes AT et BT). Le champ alternatif étant appliqué entre les faces principales de la lame, la vibration a la direction de l'axe X, c'est-à-dire de l'une des dimensions latérales et se propage suivant l'épaisseur.

Seules les constantes c_{66}, c_{44} et c_{14} interviennent dans l'équation (1). Les lames de quartz recouvertes d'un dépôt d'or d'une fraction de micron d'épaisseur étaient tenues en des points correspondant à des nœuds de vibration par des ressorts fixés par un ciment conducteur au dépôt métallique qui servaient à appliquer au cristal la différence de potentiel alternative.

La méthode consistait à placer le cristal en résonateur entre un oscillateur variable et un appareil de détection, la mesure de fréquence se faisant par un procédé de battements.

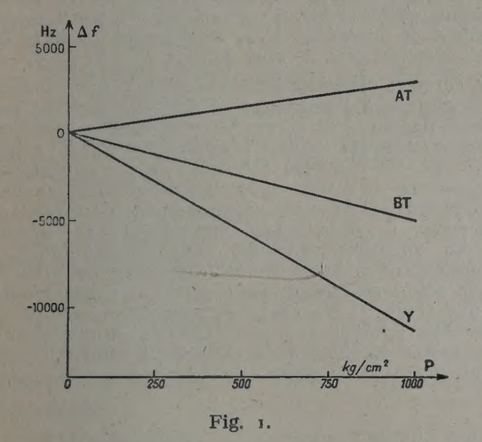


Fig. 1.

Les mesures faites à 30° C et jusqu'à 1000 kg/cm² ont montré une variation linéaire dont la figure 1 donne un exemple pour des lames de fréquence 3 Mcs et de coupe AT, BT et Y.

Les pentes obtenues sont données dans le tableau I.

TABLEAU I.

Fréquence (Mc/s).	Coupe.	$\frac{1}{f}\frac{df}{dp}$ (cm²/kg).10⁺⁶.
3	AT	1,00
5	AT	0,97
4,3	BT	—1,6(5)
3	BT	—1,6
5	BT	—1,7
3	Y	—3,8
4,3	Y	—3,5(5)

On voit que l'effet est bien de nature intrinsèque. En effet, les écarts observés pour les valeurs de $\frac{1}{f}\frac{df}{dp}$ suivant les échantillons de même coupe sont de l'ordre de grandeur de ceux qui proviendraient d'une erreur d'orientation de la coupe de 1 ou 2 degrés (ce qui est très vraisemblable).

A partir des valeurs moyennes du tableau I, l'équation (2) fournit les résultats suivants :

$$\frac{1}{c_{66}}\frac{dc_{66}}{dp} = -6,8.10^{-6}\ \text{cm}^2.\text{kg}^{-1},$$

$$\frac{1}{c_{44}}\frac{dc_{44}}{dp} = 4,9.10^{-6}\ \text{cm}^2.\text{kg}^{-1},$$

$$\frac{1}{c_{14}}\frac{dc_{14}}{dp} = -9,0.10^{-6}\ \text{cm}^2.\text{kg}^{-1}.$$

Pour les c_{ij} à pression atmosphérique qui figurent dans ces équations, on a pris les valeurs des constantes adiabatiques indiquées par Cady [2] comme les plus probables.

A notre connaissance ce sont les premières données sur les constantes élastiques du quartz sous pression. L'interprétation de ces résultats pour un corps aussi complexe que le quartz nous paraît actuellement difficile, une telle interprétation n'ayant été tentée jusqu'à présent que dans le cas plus simple de monocristaux de structure cubique [3].

Manuscrit reçu le 14 février 1955.

[1] PEREZ J. P. et JOHANNIN P. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 428.
[2] CADY. — Piezoelectricity, Moc Graw Hill, New-York, 1946.
[3] LAZARUS D. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 545-553.

COLLOQUE DE PHYSIQUE DES BASSES TEMPÉRATURES

Un Colloque de Physique des très basses températures doit avoir lieu sous le double patronage de l'Union Internationale de Physique pure et appliquée et de la Commission I de l'Institut International du Froid. Il sera incorporé dans le Congrès quadriannuel du Froid qui commence à la Sorbonne, à Paris, le mercredi 31 août 1955.

Les premières réunions seront uniquement consa-

crées aux applications de la Physique des basses températures; ce n'est que le vendredi matin 2 septembre 1955 que commenceront les réunions consacrées à la Physique pure.

L'ensemble sera terminé le jeudi 8 septembre au soir.

Les physiciens qui désireraient participer à la réunion sont priés de prévenir L. Weill, Professeur à la Faculté des Sciences, Membre de la Commission des très basses températures de l'U.I.D.P.A., chargé par le Professeur Sir Francis Simon, Président de la Commission des très basses températures de l'U.I.D.P.A., de l'organisation de ce Colloque, en lui faisant parvenir, pour le 15 mai 1955, titre et résumé de la communication qu'ils se proposent éventuellement de faire.

REVUE DES LIVRES

Déribéré (M.), **Le titane et ses composés dans l'industrie** (1 vol. 13 × 21 cm, IX + 276 pages, Dunod, Paris, 1953, 1650 f).

Cet Ouvrage passe en revue les principaux points relatifs à l'industrie du titane et de ses dérivés : état naturel, minerais; fabrication et applications du titane métallique (pur ou en alliages), du pigment de bioxyde de titane, et d'un certain nombre de composés de moindre importance. La partie relative aux applications est la plus développée et comprend des chapitres consacrés aux industries suivantes : peintures, textiles artificiels, matières plastiques, caoutchouc, papeterie, teinture et impression, cuir, savons, thérapeutique et dermatologie, émaux, céramique, verres, électrotechnique, etc.

Le développement relatif donné aux différentes parties semble avoir été déterminé plutôt par le plus ou moins d'informations recueillies par l'auteur que par une juste appréciation de leur importance relative. C'est ainsi que la métallurgie du titane et la préparation industrielle du pigment sont très sommairement traitées, tandis que, à propos de certaines applications, figurent de nombreuses recettes, tirées telles quelles d'articles technologiques ou de brevets, et qui ne sont guère à leur place dans un Ouvrage couvrant un aussi vaste sujet.

Ce livre pourra rendre des services en permettant aux non-spécialistes et aux utilisateurs éventuels de se faire une idée assez complète des différents aspects de la question, et en leur fournissant dans chaque cas une amorce de bibliographie.

D. Bézier.

Physique électronique (**Electron Physics**) (1 vol. 14,5 × 23 cm VI + 416 pages, National Bureau of Standards, Circular 527, 1954).

Ce volume contient l'ensemble des exposés de divers auteurs faits à l'occasion d'un Congrès dirigé par le Docteur L. Marton du National Bureau of Standards.

Ces communications sont relatives uniquement à la diffusion des électrons et à l'optique électronique; au nombre de 47 elles sont une mise au point des idées et des méthodes d'étude. Chacune d'elles est suivie d'une discussion.

Dupuy.

Ingersoll, Zobel et Ingersoll, **Conductibilité thermique** (**Heat conduction**) (1 vol. 15 × 22,5 cm, XIII + 325 pages, The University of Wisconsin Press, 1954).

L'édition ancienne du livre des mêmes auteurs sur la *conductibilité de la chaleur* a été renouvelée totalement; ceci est particulièrement visible dans les très nombreuses références qui se rapportent aux travaux de ces dernières années.

Les méthodes mathématiques concernant le sujet sont exposées clairement. Les résultats théoriques font toujours l'objet d'applications techniques pratiques. Certaines questions sont dans ce sens traitées graphiquement et aussi par des méthodes d'approximation.

En résumé, ce livre excellent s'adresse tout particulièrement aux ingénieurs.

Dupuy.

Comptes rendus du Colloque du cinquantenaire du Bureau of standards sur les mécanismes de dégradation des polymères (**Proceedings of the national Bureau of Standards semi-centennial Symposium on polymer degradation mechanisms**) (**24-26 septembre 1951**) (1 vol. 15 × 23,5 cm, 280 pages, Superintendent of documents U. S. Government Printing Office Washington 25, D. C. 2.25 dollars).

Cet Ouvrage rassemble les textes de plusieurs conférences faites en 1951 à l'occasion d'un Colloque organisé par le National Bureau of Standards et concernant le problème de la dégradation des composés macromoléculaires. A partir de résultats de cinétique chimique, de spectrophotométrie et de mesures de masses moléculaires, les auteurs proposent des mécanismes de réaction permettent d'interpréter les phénomènes de dégradation thermique et photochimique dans les polymères vinyliques, les composés cellulosiques et les polyamides. Leurs conclusions, intéressantes du point de vue théorique, seront aussi particulièrement précieuses aux utilisateurs de ces composés puisqu'elles essaient d'apporter une solution aux problèmes du vieillissement des plastiques et du choix des stabilisants à utiliser industriellement pour leur conserver toutes leurs propriétés initiales.

Jean Néel.

Fauquet (A), **Sur l'application de la théorie des lignes portantes à des ailes munies de spoilers** (1 vol. 18 × 27 cm, 84 pages, Ministère de l'Air, Paris, 1954, 1000 f).

En application de la théorie des surfaces portantes de Prandtl et des analogies électriques, J. Pérès et L. Malavard ont construit des tables numériques permettant le calcul de la répartition des charges aérodynamiques suivant l'envergure d'une aile de forme relativement continue.

L'auteur a étudié à l'aide de ces tables quelques ailes munies de spoilers (petites plaques parallèles à l'envergure et à peu près normales à la surface de l'aile).

Il a alors comparé les résultats ainsi obtenus aux résultats expérimentaux pour la portance, la traînée, le moment de roulis et le moment de giration.

Les écarts obtenus entre le calcul et l'expérience semblent assez petits pour que la méthode employée puisse rendre des services en Aéronautique.

S. Pauthier.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM

INDICATIONS POUR LES AUTEURS

Conditions de publication des articles. — Le *Journal de Physique* ne peut publier, comme articles ou lettres à la rédaction, que des textes entièrement inédits, rédigés en langue française. Les manuscrits sont soumis à l'acceptation du directeur scientifique, qui peut consulter un ou plusieurs membres du Comité de rédaction.

La longueur totale de l'article, texte, calculs et figures inclus, est limitée à six pages du *Journal*, soit l'emplacement de 36 000 caractères ou espaces.

Pour les conditions d'envoi des Lettres à la rédaction, consulter le *Journal de Physique et le Radium*, 1950, t. **11**, nº 10, p. 1 E (avant-dernière page du numéro).

Il est absolument nécessaire que les auteurs remettent leur mémoire sous sa forme définitive : *aucune modification ne peut être acceptée en cours d'impression.*

Le titre, qui en principe n'occupe qu'une seule ligne (65 caractères) doit permettre à une personne de culture scientifique moyenne (bibliothécaire, documentaliste) de reconnaître dans quel grand chapitre de la physique se classe le sujet, et aussi à un physicien de savoir si l'article se rapporte à sa spécialité. Il faut en choisir soigneusement chaque mot.

Un sommaire, rédigé par l'auteur, précède chaque article, dont il indique à la fois les sujets (principal et accessoires) et les conclusions (données numériques principales et résultats d'intérêt général). Sa longueur sera de 3 à 6 pour 100 de celle de l'article.

La division en chapitres et paragraphes doit être également très étudiée. Ne pas émietter l'article en allant trop souvent à la ligne : chaque passage d'un paragraphe à un autre doit correspondre à un changement de sujet ou de point de vue. Numéroter chaque chapitre ou subdivision (de préférence par la méthode décimale) et lui trouver un bref sous-titre (moins d'une ligne).

Les notations et abréviations à employer sont celles indiquées par l'A.F.N.O.R., fascicule FDX, nº 02-005. Dans les cas où il n'y a pas encore de convention classique, consulter les articles récents du *Journal* sur le sujet traité.

Présentation des manuscrits. — Un article comporte en général :

1º un *texte* comprenant tout ce qui doit être composé en caractères d'imprimerie;

2º des *dessins* ou *photographies*, pour lesquels il faut faire des *clichés* en zinc ou en cuivre.

Le texte comprend le titre, le sommaire, le corps de l'article, les tableaux, les notes et références bibliographiques et *les légendes des figures*. Le tout doit être en français, dactylographié (*sauf les formules mathématiques*) d'un seul côté de la feuille, en *double interligne* et avec de larges marges, nécessaires pour que la rédaction du *Journal* puisse y inscrire les indications à donner à l'imprimeur. Il faut fournir l'original, et non une copie au carbone. *Ne rien souligner à l'encre ou au crayon de couleur* sur le manuscrit. Les parties à mettre en caractères différents du texte courant doivent être soulignées légèrement au crayon ordinaire pas très dur, et les indications nécessaires inscrites au même crayon, en marge.

Les *formules mathématiques*, même les plus simples doivent être *très soigneusement écrites à la main* en caractères *assez gros*, pour que même les indices et exposants soient parfaitement lisibles, et pour que l'on puisse distinguer clairement : les lettres capitales des minuscules (particulièrement pour les lettres C, I, K), le chiffre zéro des lettres O majuscule ou minuscule, le chiffre 1 de la lettre *l* et les lettres grecques des lettres latines de forme analogue (êta de *n*, rho de *p*, etc.). Ne pas hésiter à donner en marge au crayon les indications complémentaires qui lèveront toute ambiguïté ou mieux à fournir, sur feuille séparée, une liste précisant les notations

utilisées. Employer les exposants fractionnaires de préférence aux radicaux. En résumé, la règle fondamentale pour la présentation est que la copie doit être claire pour le typographe, qui n'est ni physicien, ni mathématicien.

Références bibliographiques. — Les réunir de préférence à la fin du texte, en les numérotant et les appelant dans le texte par des nombres entre crochets.

Tableaux. — Il vaut mieux réunir les données numériques en tableaux, plutôt que de les disperser dans le texte. Dactylographier ces tableaux sur feuilles séparées. Ne pas inclure de têtes de colonnes ou d'explications verbales longues dans le tableau, mais les réunir dans une légende.

Figures. — Les dessins seront fournis sur des feuilles séparées du texte. Dans toute la mesure du possible, les figures doivent tenir dans une colonne du *Journal* (largeur 75 mm). Le dessin peut avantageusement avoir des dimensions doubles ou triples, les chiffres et lettres seront tous assez grands pour avoir, une fois réduits, plus de 1,5 mm. Les photographies doivent être des positifs sur papier aussi contrastés que possible. S'arranger pour bien utiliser la place et ne pas laisser de blancs importants, en particulier au-dessus et au-dessous des graphiques. Inscrire au dos des dessins le nom de l'auteur et les numéros des figures qui doivent être numérotées à la suite, en une seule série. Indiquer la place approximative des figures dans la marge du manuscrit. Les légendes des figures seront dactylographiées et groupées sur une feuille à part jointe au texte, et *non sur les dessins*.

Corrections. — Seules les corrections typographiques, c'est-à-dire celles nécessaires pour *rendre le texte imprimé conforme au manuscrit*, sont normales et prises à charge par le *Journal*. Toute modification sera facturée à l'auteur. *Dans le cas d'une addition, elle oblige la rédaction à remplacer la date de réception imprimée au bas de l'article par celle de la réception de l'épreuve modifiée, et à retarder d'un mois au moins la publication*. Deux jeux d'épreuves sont envoyés aux auteurs :

1° *Les épreuves en placards*, avec, à part, les figures si elles ont été redessinées. Le manuscrit et les dessins originaux sont joints à l'envoi, *mais doivent absolument être renvoyés à la rédaction avec les épreuves corrigées*, car il arrive fréquemment que des fautes passées inaperçues se révèlent ultérieurement : il faut que la rédaction puisse à tout moment se reporter aux documents originaux. Les corrections aux épreuves du texte seront faites à l'encre, de préférence à l'encre de couleur (bleue, violette ou rouge). Elles ne seront jamais portées sur la composition; on les indiquera toujours en marge, avec un signe de rappel dans le texte. Les erreurs dans les figures *ne doivent pas être corrigées sur les copies à l'encre de Chine destinées au clichage*, mais indiquées clairement aux endroits correspondants des *dessins originaux* fournis par l'auteur, qui seront renvoyés à la rédaction avec les dessins à clicher.

2° Trois semaines environ avant la parution de l'article, l'auteur recevra les épreuves en page, avec les figures en place. Ces épreuves ne sont envoyées que pour une dernière vérification. La correction de fautes d'impression oubliées à la première correction y est encore possible, mais aucun changement *si minime soit-il* ne peut plus être apporté, ni au texte, ni à plus forte raison aux figures, dont le cliché sur métal déjà exécuté, est *impossible à modifier*. La vérification des corrections indiquées sur les premières épreuves est faite par la rédaction du *Journal*. Les secondes épreuves doivent être réexpédiées corrigées dans les 48 h qui suivent leur réception. Passé ce délai, l'article sera publié automatiquement dans l'état où il est.

Tirage à part. — Les auteurs reçoivent gratuitement cent tirés à part de leurs articles. Ceux qui en désirent davantage doivent faire leur commande en renvoyant les premières épreuves corrigées. Aucun tirage à part des lettres à la rédaction n'est effectué gratuitement.

Les manuscrits, les épreuves corrigées et toute correspondance relative à la publication des articles doivent être adressés à la *Rédaction du Journal de Physique*, 10, *rue Vauquelin*, *Paris* (5e).

Le Gérant : MAURICE BLONDIN. 146993 IMP. GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1955.